

УДК: [001.24:536.2]: [621.746.27:662.92]

## Расчет гидродинамических характеристик и теплообмена при спутном движении двух потоков жидких металлов

И. М. Ячиков, С. В. Картавец, С. В. Матвеев

«МГТУ им. Г. И. Носова» Институт энергетики и автоматизированных систем, Магнитогорск;  
e-mail: matveev\_s\_v@inbox.ru

Поступила в редакцию 04.09.2017

Изложены этапы создания математической модели для определения гидродинамических характеристик и теплообмена при спутном движении двух потоков жидких металлов. Применительно к кристаллизатору машины для непрерывного литья заготовок с жидкими стенками показан пример расчета гидродинамических характеристик и теплообмена при разливке жидкой стали в слои жидкометаллического сплава С-13 (свинец-висмут) до момента начала ее кристаллизации.

Ключевые слова: жидкая сталь, разливка в жидкие слои, использование теплоты, жидкометаллические теплоносители, ламинарное течение, пограничный слой, коэффициент теплоотдачи.

### Введение

По сообщению Всемирной ассоциации стали (World Steel Association), выплавка жидкой стали в 2017 г. достигла 1.673 млрд тонн в год [1]. Для получения конструкционных материалов сталь проходит ряд тепловых технологических процессов охлаждения и формообразования. Известны работы по разливке стали в жидкие слои высокотемпературных теплоносителей [2–9] как варианты технических принципов литья заготовок. Их создание задумывалось как способ разливки заготовок из металлов на профиль, близкий по геометрии к конечному продукту: тонкие полосы, шары, сортовые изделия, а также варианты повышения производительности и выхода качественного готового продукта. В результате создания новых принципов разливки во внимание в основном принималась технологическая сторона вопроса, существенно меньшее внимание в этих работах уделялось постановке и решению энергетических задач. Необходимо отметить, что с каждой тонны разливаемой стали при ее кристаллизации и охлаждении с 1600 °С до температуры окружающей среды отводит-

ся ~1400 МДж тепловой энергии. Значительное количество тепла практически не используется и сбрасывается в окружающую среду. Однако есть теоретические работы по использованию теплоты разливаемой стали в традиционных машинах непрерывного литья заготовок для различных целей: теплоснабжение, генерация пара и электроэнергии [10–12]. По представленным в этих работах данным для энергетических нужд возможно утилизировать до 40% теплоты разливаемой стали, однако наибольший эффект может дать использование теплоты при разливке стали в жидкие слои высокотемпературных теплоносителей (из класса жидкометаллических теплоносителей (ЖМТ)) [13, 14]. На рис. 1 показан вариант вертикальной разливки стали в слои жидкометаллических теплоносителей. При этом скорости жидких металлов для минимального их перемешивания на этапе охлаждения стали до температуры ликвидуса в слоях жидкометаллических теплоносителей должны обеспечивать ламинарный режим течения.

Вопрос о границе сохранения ламинарного течения при спутном движении двух различных по природе металлов более сложный, чем

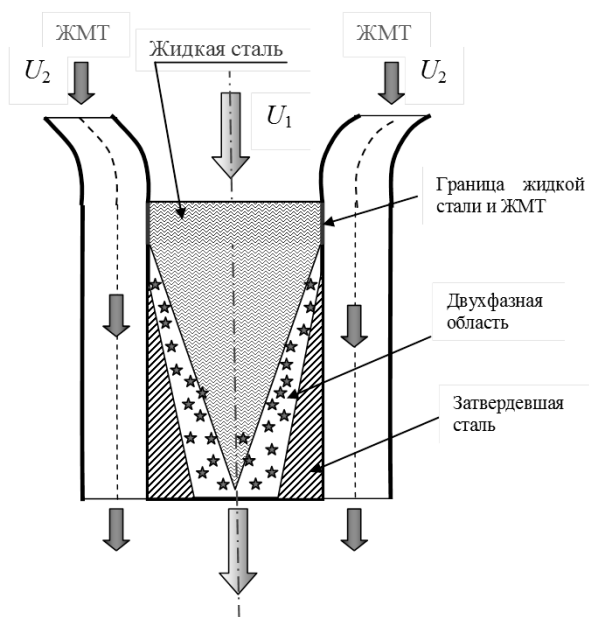


Рис. 1. Схема разливки стали в жидкий кристаллизатор

известный и исследованный случай обтекания жидкостью неподвижной пластины. Приближенно можно принять, что ламинарное движение сохраняется при выполнении условия

$$Re_{кр} = xW/v < 10^5,$$

где  $W = |U_2 - U_1|$ ;  $v$  – наименьший коэффициент кинематической вязкости из двух металлов.

На границе взаимодействия жидкой стали и жидкометаллического теплоносителя организуется ламинарный режим движения металлов с образованием пограничного слоя (см. рис. 1). Охлаждение жидкой стали будет осуществляться за счет теплообмена посредством теплопроводности и конвекции. Необходимо отметить, что по теории теплообмена жидких металлов при их

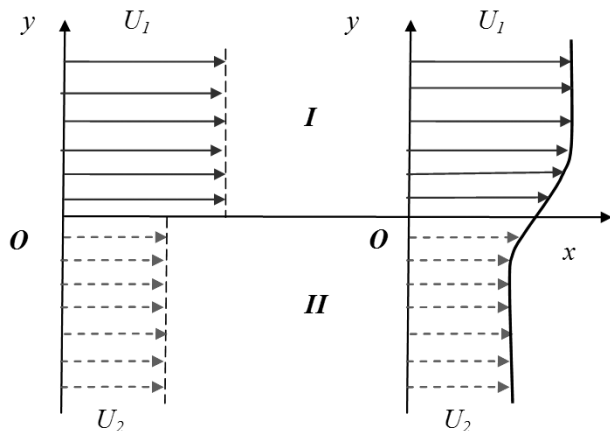


Рис. 2. Распределение скоростей в ламинарном слое на границе раздела двух потоков жидких металлов

спутном ламинарном течении имеется относительно небольшое число работ, например [15–17]. В исследовательских работах, например [13, 14], при разработке технологии разливки стали в жидкий металл также практически не рассматриваются вопросы гидродинамики и теплообмена.

В работе [18] получена оценка величины гидродинамического пограничного слоя при движении двух потоков жидких материалов с одинаковыми свойствами при разных соотношениях скорости их движения.

Целью данной работы является создание математической модели для определения гидродинамических и теплообменных характеристик при спутном движении двух параллельных потоков несмешивающихся жидких металлов, имеющих разные свойства, и оценка гидродинамических и теплообменных характеристик при спутном движении жидкой стали и жидкометаллического сплава.

### Расчет ламинарного слоя на границе раздела при течении двух параллельных жидких металлов, имеющих разные плотности и вязкости

Решение гидродинамической задачи при спутном движении двух параллельных потоков несмешивающихся жидкостей рассмотрено в многочисленных работах [15–19], причем в [18] этот перечень более широк. В данном случае будет приведено решение конкретно для системы, состоящей из двух жидких металлов с различными физическими свойствами.

Рассмотрим ламинарный слой на границе раздела двух параллельных течений жидких металлов с различными скоростями. Два первоначально разделенных и невозмущенных параллельных течения I и II, имеющих скорости  $U_1$  и  $U_2$ , начинают взаимодействовать вследствие вязкостного трения, для удобства изображено в горизонтальном исполнении (рис. 2). В результате возникает распределение скоростей. Можно принять, что переход от скорости  $U_1$  к скорости  $U_2$  происходит в тонкой зоне перемешивания и первоначальная поперечная составляющая скорости  $v$  везде мала по сравнению с продольной составляющей  $u$  ( $v \ll u$ ).

К обеим областям I и II можно применить дифференциальное уравнение пограничного слоя [15]:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = U \frac{dU}{dx} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (2)$$

где  $u$  и  $v$  – проекции скорости на ось  $Ox$  и  $Oy$  соответственно;  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости жидкости;  $U(x)$  – известная функция потенциального течения, определяемая решением уравнения распределения давления  $U \frac{dU}{dx} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$ , при этом само давление может быть определено из уравнения Бернулли.

При решении краевой задачи задавались следующие граничные условия.

1. В области невозмущенного потока жидкости:

$$u = U_1|_{y \rightarrow \infty}, \quad u = U_2|_{y \rightarrow -\infty}.$$

2. В области контакта двух жидких металлов считаем непрерывными скорости и касательное напряжение на границе раздела двух потоков:

$$u|_{y=0+} = u|_{y=0-}, \quad \rho_1 \nu_1^{1/2} \frac{\partial u}{\partial y}|_{y=0+} = \rho_2 \nu_2^{1/2} \frac{\partial u}{\partial y}|_{y=0-},$$

где  $\rho_1, \nu_1$  и  $\rho_2, \nu_2$  – плотности и коэффициенты кинематической вязкости 1-го и 2-го жидких металлов соответственно.

В результате совместного решения уравнений (1) и (2) и заданных граничных условий, приведенного в работах [15–19], получено распределение скоростей в ламинарном слое при взаимном движении двух несмешивающихся жидкостей с разными свойствами в зависимости от безразмерной толщины пограничного слоя  $\eta_1$  в интервале значений  $-5 \dots 5$ . Были выбраны: жидкометаллический сплав С-13 (55.5% Вi и 44.5% Рb) и сталь с теплофизическими свойствами:  $\rho_1 = 10360 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_2 = 7066 \text{ кг/м}^3$ ,  $\nu_1 = 1.87 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $\nu_2 = 0.86 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$  соответственно при температурах  $T_1 = 573 \text{ К}$  и  $T_2 = 1828 \text{ К}$  [20, 21]. При небольшом времени взаимодействия можно считать, что эти жидкости несмешивающиеся, так как взаимная растворимость свинца и железа в жидком состоянии крайне незначительна [22].

На рис. 3 показаны результаты моделирования распределения профиля скоростей при движении

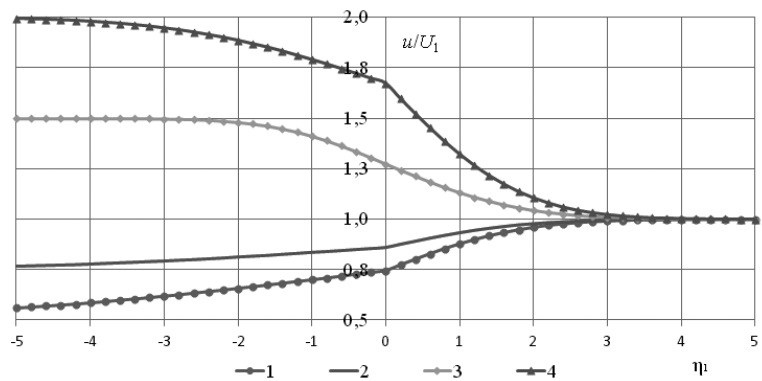


Рис. 3. Распределение профиля скоростей при движении двух несмешивающихся металлов с разными свойствами при разных соотношениях их скоростей: 1 – при  $\lambda_0 = 0.5$ ; 2 – 0.75; 3 – 1.5; 4 – 2

жидкой стали и жидкометаллического теплоносителя С-13 при разных соотношениях скоростей  $\lambda_0 = \frac{U_2}{U_1}$ . Видно, что на границе контакта жидкостей не наблюдается разрыва скоростей, что полностью соответствует граничному условию, введенному в [16]. Однако из-за того, что свойства жидких металлов отличаются, скорость асимптотического приближения к  $U_1$  и  $U_2$  будет разной, и производные скоростей слева и справа от точки контакта жидкостей отличаются.

За толщину пограничного слоя чаще всего принимают толщину вытеснения  $\delta_1$  – расстояние, на которое потенциальное течение вытесняется из-за уменьшения скорости в пограничном слое. В частности, для ламинарного течения вдоль плоской пластины справедливо соотношение [15]:

$$\delta_1 = \delta^* \delta_0 = \sqrt{\frac{\nu x}{U}} \int_0^\infty (1 - f'(\eta)) d\eta \approx 1.7208 \sqrt{\frac{\nu x}{U}}, \quad (3)$$

где  $\delta_0 = \sqrt{\nu x / U_1}$  – оценка толщины пограничного слоя;  $\eta = \frac{y}{\delta_0}$  – безразмерная координата по оси  $y$ .

Для ламинарного слоя на границе раздела двух параллельных течений с отличающимися скоростями и разными свойствами (а именно вязкости и плотности) толщины пограничных слоев складываем по модулю для каждого слоя и после приближенного вычисления имеем:

$$\delta^* \approx 1.128 \nu' \frac{|\lambda_0 - 1|}{\sqrt{\lambda_0} (1 + \rho' \nu' \sqrt{\lambda_0})} (1 + \lambda_0 \rho'), \quad (4)$$

где  $\rho' = \rho_2 / \rho_1$ ,  $\nu' = \sqrt{\nu_2 / \nu_1}$ .

На рис. 4 показана зависимость толщины пограничного слоя от отношения скоростей  $\lambda_0$  при

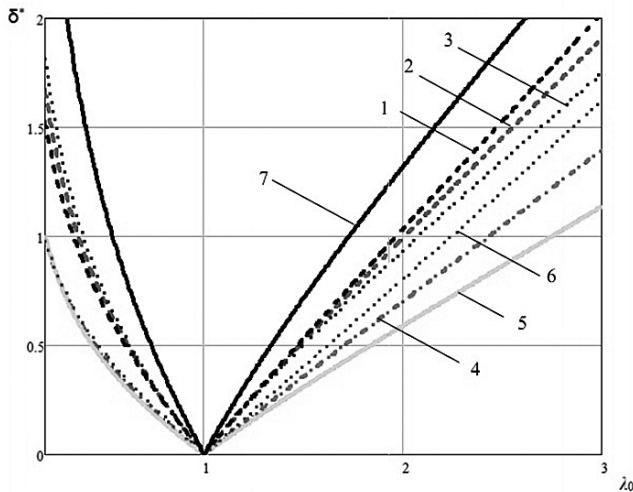


Рис. 4. Зависимость толщины пограничного слоя от соотношения скоростей жидкостей при разных соотношениях их плотностей и вязкости: 1, 2, 3 –  $\nu' = 1$ ; 3, 4, 5 –  $\nu' = 0.5$ ; 1, 4 –  $\rho' = 1$ ; 2, 5 –  $\rho' = 0.5$ ; 3, 6 –  $\rho' = 1.75$ ; 7 – С-13 и сталь

разных соотношениях плотностей и вязкости жидких металлов.

Размерная толщина пограничного слоя на границе двух потоков равна

$$\delta_1 = \delta^* \delta_0 \approx 1.128 \nu' \frac{|\lambda_0 - 1|}{\sqrt{\lambda_0} (1 + \rho' \nu' \sqrt{\lambda_0})} (1 + \lambda_0 \rho') \sqrt{\frac{\nu x}{U_1}}$$

Обозначая  $\sigma_2(\lambda_0, \nu', \rho') = \nu' \frac{|\lambda_0 - 1|}{\sqrt{\lambda_0} (1 + \rho' \nu' \sqrt{\lambda_0})} (1 + \lambda_0 \rho')$ ,

получим

$$\delta_1 = \frac{1.128 x}{\sqrt{Re_x}} \sigma_2, \tag{5}$$

где  $Re_x = U_1 x / \nu$ .

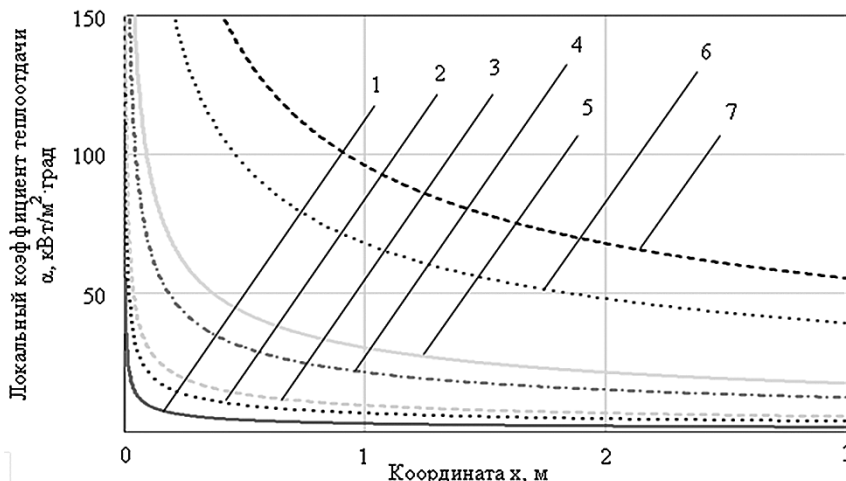


Рис. 5. Зависимость локального коэффициента теплоотдачи при  $\lambda_0 = 1.5$  по длине спутного течения при скорости движения стали: 1 –  $U_2 = 0.001$  м/с; 2 – 0.005; 3 – 0.01; 4 – 0.05; 5 – 0.1; 6 – 0.5; 7 – 1

Для жидкой стали при ее движении со скоростью  $U_2 = 0.001 - 1$  м/с в результате приближенных оценок критическая координата перехода ламинарного течения в турбулентное лежит в довольно широких пределах  $x_{кр} = 86 - 0.086$  м. При этом можно оценить размерную толщину пограничного слоя, которая находится в диапазоне  $\delta_1 = 0.195 - 0.195 \cdot 10^{-5}$  м (при  $\sigma_2 = 0.716$ ,  $x \approx x_{кр}$ ,  $\lambda_0 = 1.5$ ). Для сплава С-13 при  $U_1 = \lambda_0 U_2$  м/с критическая координата перехода ламинарного течения в турбулентное лежит в пределах  $x_{кр} = 28.05 - 0.028$  м. При этом размерная толщина пограничного слоя находится в диапазоне  $\delta_1 = 0.063 - 6.35 \cdot 10^{-5}$  м (при  $\sigma_2 = 0.716$ ,  $x \approx x_{кр}$ ,  $\lambda_0 = 1.5$ ).

### Теплообмен при спутном движении двух потоков жидкого металла, имеющих разную температуру и теплофизические свойства

Рассмотрим теплообмен при спутном движении двух потоков жидких металлов с температурами  $T_1$  и  $T_2$ . Теплоотдача определяется величиной тепловых пограничных слоев в первой  $\delta_{т1}$  и во второй жидкости  $\delta_{т2}$ , которые связаны с гидродинамическими пограничными слоями в первом  $\delta_1$  и во втором  $\delta_2$  жидком металле.

Считаем, что коэффициент теплоотдачи обратно пропорционален термическому сопротивлению двух пограничных слоев:

$$\alpha_x \approx \frac{1}{\frac{\delta_{т1}}{\lambda_{ж1}} + \frac{\delta_{т2}}{\lambda_{ж2}}}, \tag{6}$$

где  $\lambda_{ж1}$ ,  $\lambda_{ж2}$  – теплопроводности первой и второй жидкости соответственно.

Для расчета связи теплового и гидродинамического пограничных слоев для жидких металлов используем зависимость [23]:

$$\delta_t = \delta_1 / (0.566 Pr^{1/2}).$$

Подставляя термические сопротивления слоев в выражение (6), получим

$$\alpha_x = \frac{0.566}{\frac{\delta_1^*}{Pr_{ж1}^{1/2} \lambda_{ж1}} + \frac{\delta_2^*}{Pr_{ж2}^{1/2} \lambda_{ж2}}} \sqrt{\frac{U_1}{\nu_1 x}}, \tag{7}$$

где

$$\delta_1^* \approx \frac{1.128 \sqrt{\lambda_0} \rho' v' |\lambda_0 - 1|}{1 + \rho' v' \sqrt{\lambda_0}},$$

$$\delta_2^* \approx 1.128 v' \frac{|\lambda_0 - 1|}{\sqrt{\lambda_0} (1 + \rho' v' \sqrt{\lambda_0})}$$

решения уравнения (3) для двух параллельно движущихся жидких металлов.

В случае если теплофизические свойства металлов примерно одинаковые  $Pr_{ж1} \approx Pr_{ж2} = Pr_{ж}$  и  $\lambda_{ж1} \approx \lambda_{ж2} = \lambda_{ж}$ , то

$$\alpha_x \approx \frac{0.566 Pr_{ж}^{1/2} \lambda_{ж}}{1.128 \sigma_2} \sqrt{\frac{U_1}{v_1 x}},$$

$$\alpha_x \approx 0.566 \frac{\lambda}{1.128 x \sigma_2} Pr^{1/2} Re_x^{1/2} = 0.55 \frac{\lambda}{x \sigma_2} Pr^{1/2} Re_x^{1/2}.$$

Можно записать и выражение для расчета локального коэффициента теплоотдачи в критериальном виде:

$$Nu_x = \frac{0.55}{\sigma_2} Pr^{1/2} Re_x^{1/2}, \quad (8)$$

где

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{v_2}{v_1} \frac{|\lambda_0 - 1|}{\sqrt{\lambda_0} \left( 1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} \sqrt{\frac{v_2}{v_1} \sqrt{\lambda_0}} \right)}} \left( 1 + \lambda_0 \frac{\rho_2}{\rho_1} \right),$$

$$\lambda_0 = \frac{U_2}{U_1}.$$

Так, для жидкой стали при ее движении со скоростью  $U_2 = 0.001 - 1$  м/с на начальном участке  $10^{-5} \cdot x_{кр}$  коэффициент теплоотдачи  $\alpha_x$ , рассчитанный по формуле (7), находится в пределах 0.309–310 кВт/(м<sup>2</sup>·К) и монотонно уменьшается до 0.001–0.98 кВт/(м<sup>2</sup>·К) при  $x_{кр}$  (рис. 5). Данный характер изменения коэффициента теплоотдачи подобен изменению коэффициента теплоотдачи при ламинарном режиме обтекания пластины [24].

### Заключение

1. Создана математическая модель для определения:

– распределения профиля скоростей при движении двух несмешивающихся жидких металлов с разными свойствами;

– толщины пограничного слоя в зависимости от соотношения скоростей жидких металлов и их свойств;

– локального коэффициента теплоотдачи при ламинарном спутном параллельном течении с разными температурами и скоростями двух жидких металлов, имеющих разные плотности и вязкости.

2. Для условий спутного ламинарного движения жидкой стали и сплава С-13 получено распределение профиля скоростей и локального коэффициента теплоотдачи.

3. Полученные результаты могут быть использованы на практике для оценочных расчетов распределения скоростей и локальных коэффициентов теплоотдачи при ламинарном спутном движении двух несмешивающихся жидких металлов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. World Steel Association [Электронный ресурс]. URL: <https://www.worldsteel.org/steel-by-topic/statistics/monthly-crude-steel-and-iron-production.html>.
2. Patent US 2298348. Formation of metal shapes. Charles D. Coxe, Bridgeport, Conn., assignor to Remington Arms Company, Ins., a corporation of Delaware. May 11, 1940.
3. Patent US 3430680. Method of forming structural shapes from molten material by stream casting. Mar 4, 1969.
4. Patent US 2022571. Method of producing bimetallic strips. John V. O. Palm and George S. Salzman, Cleveland Heights, Ohio, assignors to The Cleveland Graphite Bronze Company, Cleveland, Ohio, a corporation of Ohio. Mar 3, 1933.
5. Patent US 2708617. Formation of films and filament directly from polymer intermediates. Eugene Edward Magat and Donald Ritter Strachan, Wilmington, Del., assignors to E. I. du Pont de Nemours & Company, Wilmington, Del., a corporation of Delaware. May 17, 1955.
6. Patent US 2754559. Method for the casting of sheets of a fusible material. Howard A. Fromson, Weston, Conn. July 17, 1956.
7. Patent US 1831310. Centrifugal casting. Lewis B. Lindemuth, of New York, N. Y. Mar 30, 1927.
8. Патент RU 2239515. Способ производства плоских изделий. Картавцев С. В., Строгонов К. В. 10.11.2004.
9. А. С. SU 782951. Способ непрерывной разливки металлов. Бигеев А. М., Миляев А. Ф., Ширшов Ю. П., Вагин А. Г., Сокорчук В. А., Файзуллин В. Г. 30.11.1980.
10. Кобытин А. А., Калягин Ю. А. О проблемах и перспективах утилизации теплоты, выделяющейся при разливке стали // Промышленная энергетика. 2007. № 8. С. 36–39.
11. Аловадинова Х. Н., Демин Ю. К., Матвеев С. В., Картавцев С. В. Повышение энергетической эффективности процесса непрерывной разливки стали // Промышленная энергетика. 2015. № 2. С. 8–11.
12. Лукин С. В., Поселожный Д. Н., Кибардин А. Н. Использование теплоты охлаждения стали, разливаемой на машинах непрерывного литья заготовок, в системе теплоснабжения предприятия // Промышленная энергетика. 2013. № 5. С. 7–9.
13. Строгонов К. В., Картавцев С. В. Жидкая сталь: использование теплоты и скоростная разливка. Магнитогорск, 2006. 147 с.

14. **Картавец С. В.** Интенсивное энергосбережение и технический прогресс черной металлургии. Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ», 2008. 311 с.
15. **Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 712 с.
16. **Lee F. A.** Mixing of two streams at different densities // Fifth Australasian Conference on Hydraulics and Fluid Mechanics. 1974. Christchurch, New Zealand, 9–13 December.
17. **Самохин В. Н.** О ламинарном слое смешения на границе двух потоков // ЖВМ и МФ. 1985. Т. 25. № 4. С. 614–617.
18. **Ячиков И. М., Матвеев С. В., Картавец С. В.** Идентификация параметров ламинарного пограничного слоя на границе раздела двух потоков при разливке стали в “жидкий” кристаллизатор // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. 2017. Т. 5. № 2. С. 12–18.
19. **Lessen Martin.** On stability of free laminar boundary layer between parallel streams // Report, January 1, 1950; (digital.library.unt.edu/ark:/67531/metadc60317/m1/4/: accessed April 6, 2017), University of North Texas Libraries, Digital Library, digital.library.unt.edu; crediting UNT Libraries Government Documents Department.
20. **Чиркин В. С.** Теплофизические свойства материалов ядерной техники. Справочник. М.: Атомиздат, 1968. 484 с.
21. **Еланский Г. Н., Кудрин В. А.** Структура и свойства расплавов на основе железа // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». 2015. Т. 15. № 3. С. 11–19.
22. **Рябов А. В.** Растворимость висмута и свинца в жидком и твердом железе // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». 2013. Т. 13. № 2. С. 27–32.
23. **Боришанский В. М., Кутателадзе С. С., Новиков И. И. и др.** Жидкометаллические теплоносители. М.: Атомиздат, 1967. 299 с.
24. **Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С.** Теплопередача. Учебник для вузов. Изд. 3-е. М.: Энергия, 1975. 488 с.

## Hydrodynamic characteristics and heat exchange characteristics computing at direct movement of two streams of liquid metals

I. M. Yachikov, S. V. Kartavtsev, S. V. Matveev

*Nosov Magnitogorsk State Technical University. Power Engineering and Automated Systems Institute, Magnitogorsk*  
*e-mail: matveev\_s\_v@inbox.ru*

According to the World Steel Association report, the steel production demonstrates a stable tendency to increase. In 2016, the world’s steel production reached 1,673 billion tons a year. Steel production inevitably passes through the melting stage, after which the liquid steel should be cooled. Almost all the heat is lost without active use, which reduces the energy efficiency of the process. One of the ways to utilize the liquid steel heat is to use liquid metal coolants for this purpose. With this, the liquid steel stream is cooled by the flow of another liquid metal or alloy. The purpose of the presented work consists in creating a mathematical model to determine the hydrodynamic and heat exchange characteristics in the direct flow of two flows of liquid metals. The article describes the step-by-step developing of heat exchange mathematical model at laminar movement of the two liquid metals flow and presents the main modeling results. The distribution of the velocity profile for the motion of two immiscible metals with different properties was obtained for their various speed ratio and thicknesses of the boundary hydrodynamic layers on the example liquid steel and C-13 alloy (55.5% Bi and 44.5% Pb). For a liquid steel while its moving at a velocity of  $U_2=0.001-1$  m/s, the results of approximate estimates revealed that the critical coordinate of the laminar-to-turbulent transition lies over a rather wide range of  $x_{cr}=86-0.086$  m. With this, the dimensional thickness of the boundary layer lies in the range of  $\delta_1=0.195-0.195 \cdot 10^{-5}$  m (at  $\sigma_2=0.716$ ,  $x \approx x_{cr}$ ,  $\lambda_0=1.5$ ). For the C-13 alloy at  $U_1=\lambda_0 U_2$  m/s, the critical coordinate of the laminar flow to turbulent flow lies within the limits of  $x_{cr}=28.05-0.028$  m, the boundary layer thickness in the range of  $\delta_1=0.063-6.35 \cdot 10^{-5}$  m (at  $\sigma_2=0.716$ ,  $x \approx x_{cr}$ ,  $\lambda_0=1.5$ ).

**Keywords:** liquid steel, pouring into liquid layers, heat energy utilization, liquid-metal coolants, laminar flow, boundary layer, heat transfer coefficient.

### REFERENCES

1. **World Steel Association.** Available at: <https://www.worldsteel.org/steel-by-topic/statistics/monthly-crude-steel-and-iron-production.html>.
2. **Coxe C. D.** *Formation of metal shapes.* Bridgeport, Conn., assignor to Remington Arms Company, Ins., a corporation of Delaware. Patent US, no. 2298348, 1940.
3. **Leghorn G. R.** *Method of forming structural shapes from molten material by stream casting.* Patent US, no. 3430680, 1969.
4. **Palm J. V. O., Salzman G. S.** *Method of producing bimetallic strips.* Cleveland Heights, Ohio, assignors to The Cleveland Graphite Bronze Company, Cleveland, Ohio, a corporation of Ohio. Patent US, no. 2022571, 1933.

5. **Magat E. E., Strachan D. R.** *Formation of films and filament directly from polymer intermediates*. Wilmington, Del., assignors to E. I. du Pont de Nemours & Company, Wilmington, Del., a corporation of Delaware. Patent US, no. 2708617, 1955.
6. **Fromson H. A.** *Method for the casting of sheets of a fusible material*. Weston, Conn. Patent US, no. 2754559, 1956.
7. **Lindemuth L. B.** *Centrifugal casting*. N. Y. Patent US, no. 1831310, 1927.
8. **Kartavtsev S. V., Strogonov K. V.** *Sposob proizvodstva ploskikh izdeliy* [Method of production of flat products]. Patent RF, no. 2239515, 2004. In Russ.
9. **Bigeev A. M., Milyaev A. F., Shirshov Yu. P., Vagin A. G., Sokorchuk V. A., Fayzullin V. G.** *Sposob nepreryvnoy razlivki metallov* [Method of continuous casting of metals]. Patent USSR, no. 782951, 1980. In Russ.
10. **Kovytn A. A., Kalyagin Yu. A.** O problemakh i perspektivakh utilizatsii teploty, vydelyayushheysya pri razlivke stali [On problems and perspectives of utilization of heat released during the casting of steel]. *Promyshlennay energetika – Industrial power engineering*, 2007, no. 8, pp. 36–39. In Russ.
11. **Alovadinova H. N., Demin Yu. K., Matveev S. V., Kartavtsev S. V.** Povyshenie energeticheskoy effektivnosti protsessa nepreryvnoy razlivki stali [Increasing the energy efficiency of the continuous steel casting process]. *Promyshlennaya energetika – Industrial power engineering*, 2015 no. 2, pp. 8–11. In Russ.
12. **Lukin S. V., Poselyuzhnyy D. N., Kibardin A. N.** Ispol'zovanie teploty okhlazhdeniya stali, razlivaemoj na mashinakh nepreryvnogo lit'ya zagotovok, v sisteme teplosnabzheniya predpriyatiya [The steel cast cooling heat utilization from continuous casting machines, in the heat supply system of the industrial plant]. *Promyshlennay energetika – Industrial power engineering*, 2013, no. 5, pp. 7–9. In Russ.
13. **Strogonov K. V., Kartavtsev S. V.** *Zhidkaya stal': ispol'zovanie teploty i skorocnaya razlivka* [Liquid steel: unused heat and rapid casting]. Magnitogorsk, NMSTU Publ., 2006. 147 p. In Russ.
14. **Kartavtsev S. V.** *Intensivnoe energosberezhenie i tehniceskij progress chernoy metallurgii* [Intensive energy saving and technical progress of ferrous metallurgy]. Magnitogorsk, NMSTU Publ., 2008. 311 p. In Russ.
15. **Shlihting G.** *Teoriya pograničnogo sloya* [Boundary layer theory]. Moscow, Nauka, 1974. 712 p. In Russ.
16. **Lee F. A.** Mixing of two streams at different densities. *Fifth Australasian Conference on Hydraulics and fluid mechanics*. 1974, Christchurch, New Zealand, 913 December.
17. **Samokhin V. N.** On a laminar mixing layer at the boundary between two flows. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 1985, vol. 25, iss. 2, pp. 186–188.
18. **Jachikov I. M., Matveev S. V., Kartavtsev S. V.** Identifikatsiya parametrov laminarnogo pograničnogo sloya na granitse razdela dvukh potokov pri razlivke stali v "zhidkij" kristallizator [Identification of the parameters of the laminar boundary layer on the border of the two streams during steel casting in a "liquid" crystallizer]. *Matematicheskoe i programnoe obespechenie sistem v promyshlennoy i sotsial'noy sferakh – Software of systems in the industrial and social fields*, 2017, vol. 5, no. 2, pp. 1218. In Russ.
19. **Lessen Martin.** *On stability of free laminar boundary layer between parallel streams*. Report, January 1, 1950; (digital.library.unt.edu/ark:/67531/metadc60317/m1/4/: accessed April 6, 2017), University of North Texas Libraries, Digital Library, digital.library.unt.edu; crediting UNT Libraries Government Documents Department.
20. **Chirkin V. S.** *Teplofizicheskie svoystva materialov yadernoj tekhniki. Spravochnik*. [Thermophysical properties of nuclear engineering materials. Handbook]. Moscow, Atomizdat, 1968. 484 p.
21. **Elanskii G. N., Kudrin V. A.** Struktura i svoystva rasplavov na osnove zheleza [Structure and properties of iron-base melts]. *Vestnik YuUrGU. Serija «Metallurgiya»– Bulletin of the SUSU. Series «Metallurgy»*, 2015, vol. 15, no. 3, pp. 11–19. In Russ.
22. **Ryabov A. V.** Rastvorimost' vismuta i svintsa v zhidkom i tverdom zheleze [Solubility of lead and bismuth in liquid and solid iron]. *Vestnik YuUrGU. Serija «Metallurgiya»– Bulletin of the SUSU. Series «Metallurgy»*, 2013, vol. 13, no. 2, pp. 27–32. In Russ.
23. **Borishanskiy V. M., Kutateladze S. S., Novikov I. I.** *Zhidkometallicheskie teplonositeli* [Liquid-phase metals as a heat agents]. Moscow, Atomizdat, 1967. 299 p. In Russ.
24. **Isachenko V. P., Osipova V. A., Sukomel A. S.** *Teploperedacha* [Heat transfer]. Moscow, Energiya, 1975. 488 p. In Russ.