

УДК 532.529

Математическая модель для расчета параметров факела распыла пневматической форсунки

Ю. В. Зуев

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва;
e-mail: yuri_zuev@bk.ru

Поступила в редакцию 6.08.2018

Приводится математическая модель двухфазного турбулентного струйного течения с учетом неравновесности фаз по скоростям и температурам, фазовых превращений, многокомпонентного состава газовой фазы, полидисперсности капель, их коагуляции и дробления. Показано, что эта математическая модель может использоваться для расчета параметров факела распыла пневматической форсунки: скоростей газа и капель, концентрации капель и компонентов газовой фазы, а также коэффициента избытка воздуха.

Ключевые слова: пневматическая форсунка, факел распыла, математическая модель, расчет параметров факела распыла.

Введение

Основной проблемой разработки камер сгорания было и остается получение хороших пусковых характеристик, широкого диапазона горения, высокой полноты сгорания, минимального сажеобразования. В последнее время к камерам сгорания предъявляются дополнительные требования по снижению выбросов вредных веществ: CO и NO_x. Количество вредных веществ можно существенно уменьшить, используя, в частности, форсунки с пневмораспылом. Эти форсунки имеют существенные преимущества перед другими типами форсунок: горение завершается в первичной зоне камеры сгорания, качество распыливания топлива не зависит от давления, при уменьшении расхода топлива уровень дымления уменьшается, в то время как при использовании центробежных форсунок – увеличивается. Отличительной особенностью некоторых камер сгорания, например камеры сгорания двигателя Rolls-Royce RB 211, является отсутствие завихрителей. В этой камере сгорания зона обратных токов, необходимая для стабилизации пламени, образуется в результате взаимодействия струй вторичного воздуха и воздуха, который подается из щелей фронтального устройства вдоль стенок жаровой трубы.

При проектировании камер сгорания необходимо уметь рассчитывать параметры факела распыла таких форсунок. Можно считать, что фа-

кел распыла пневматической форсунки является двухфазной двухконтурной турбулентной коаксиальной струей. В работе [1] показана возможность расчета таких струй с использованием математической модели обычной двухфазной струи.

Наибольший интерес к изучению двухфазных турбулентных струй приходится на 1980-е гг., когда было предложено несколько математических моделей этих течений. Внимания заслуживают работы Л. Б. Гавина с соавторами [2], С. Эльхобаша с соавторами [3], Л. И. Зайчика с соавторами [4] и А. Мостафы с соавторами [5].

В работах [2–4] описание газовой и дисперсной фаз проводятся в переменных Эйлера. Модели [2] и [3] близки между собой – в них при выводе осредненных уравнений струи используются похожие методики, а моменты корреляции пульсационных параметров фаз определяются с использованием k - ϵ моделей турбулентности. В работе [4] при выводе осредненных уравнений дисперсной фазы ее мгновенные параметры осредняются с использованием плотности вероятности распределения частиц по координатам, скоростям и температурам частиц. При этом осредненные уравнения газовой фазы получаются осреднением мгновенных уравнений по ансамблю турбулентных реализаций.

В модели [5] течение газа описывается в переменных Эйлера с помощью осредненных уравнений, а движение частиц – в переменных Ла-

гранжа с помощью уравнений для мгновенных величин. Для частиц используется стохастическая модель, в которой учитывается влияние турбулентности газа на параметры частиц.

Сравнение результатов расчетов, выполненных в [6] по перечисленным математическим моделям двухфазных струй, показало, что они с примерно одинаковой точностью описывают изменение параметров в этих струях.

В последние годы модели, являющиеся развитием модели [4], использовались при описании двухфазных турбулентных струй в работах В. И. Терехова и М. А. Пахомова, например в [7].

Недостатком моделей [2–5] при решении прикладных задач является то, что параметры турбулентности в них определяются с использованием дифференциальных уравнений в частных производных, для решения которых необходимо задавать граничные условия для этих параметров, что обычно вызывает большие трудности. Кроме этого указанные модели содержат большое количество эмпирических констант и функций (от 6 до 11). Уравнения для газовой фазы моделей типа [4, 7] записаны без учета объемной концентрации капель и поэтому, как отмечено в [7], могут быть использованы только при расчете двухфазных течений с очень маленькой объемной концентрацией дисперсной фазы (не более 10^{-4}), что не представляет интереса при моделировании реальных течений.

Ниже приводится математическая модель двухфазного турбулентного струйного течения, свободная от отмеченных недостатков моделей [2–5], которая может использоваться при расчете факела распыла пневматической форсунки. Правомерность этого подтверждается сравнением результатов расчетов с данными эксперимента. В настоящей работе по сравнению с более ранними работами автора, например [1], при расчетах одновременно учитываются фазовые превращения, полидисперсность капель, их коагуляция и дробление, а также переменный компонентный состав газовой фазы.

Математическая модель двухфазной турбулентной струи

Математическая модель двухфазного турбулентного струйного течения включает осред-

ненные по пространству и времени уравнения, описывающие движение фаз и компонентов в переменных Эйлера, а также выражения для моментов корреляции пульсационных параметров, входящих в осредненные уравнения.

Вывод осредненных уравнений проводится следующим образом. В области течения выделяется произвольный контрольный объем, для которого записываются интегральные уравнения баланса массы, количества движения и энергии движущейся среды с учетом того, что она состоит из газовой и дискретной фаз, являющихся смесью нескольких компонентов. После последовательного осреднения всех членов этих уравнений по пространству, выполненному по методике Р. И. Нигматулина [8], и осреднения по времени по методике О. Рейнольдса [9] осуществляется переход к дифференциальной форме записи уравнений. Эти уравнения разделяются на уравнения, описывающие движение каждой фазы, с добавлением в их правые части членов, учитывающих обмен массой, количеством движения и энергией между фазами. На заключительном этапе вывода осредненных уравнений двухфазной струи проводится оценка порядка их членов так же, как это делается при выводе уравнений Рейнольдса для однофазных турбулентных течений [9]. При записи уравнений дискретной фазы непрерывная функция распределения капель по размерам заменяется гистограммой и вводится понятие классов капель. Капли одного класса обладают одними и теми же характеристиками по размеру, температуре, скорости и другим параметрам.

При записи уравнений газовой фазы одинаковые для всех компонентов параметры (скорость, температура) индексов не имеют, а параметры, значения которых различны для разных компонентов (плотность, удельная теплоемкость, объемная концентрация), обозначаются нижним индексом k ($k = 1, 2, \dots, K$). Параметры капель класса f в уравнениях обозначаются нижним индексом f ($f = 1, 2, \dots, F$).

Система осредненных уравнений включает уравнения баланса массы, количества движения и энергии каждой фазы, уравнение диффузии компонентов газовой фазы, уравнения изменения диаметра капель вследствие фазовых превращений, коагуляции и дробления. Эти уравнения в цилиндрической системе координат можно представить в виде:

$$A \frac{\partial U}{\partial x} + B \frac{\partial F}{\partial y} = -\frac{1}{y} \frac{\partial yG}{\partial y} + H, \quad (1)$$

где A, B, U, F, G и H :

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ u \sum_{k=1}^K (\rho_k \alpha_k) \\ \rho_f \alpha_f u_f \\ \rho_f \alpha_f u_f \\ u \sum_{k=1}^K (\rho_k \alpha_k) \\ \rho_f \alpha_f u_f \\ \rho_f \alpha_f u_f \\ u \sum_{k=1}^K (\rho_k \alpha_k) \\ 1 \end{bmatrix}; \quad U = \begin{bmatrix} yu \sum_{k=1}^K \rho_k \alpha_k \\ y\rho_f \alpha_f u_f \\ u \\ u_f \\ v_f \\ c_p T \\ c_f T_f \\ \alpha_i \\ D_f^3 \end{bmatrix}; \quad G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{k=1}^K (\rho_k \alpha_k) \langle u'v' \rangle \\ \rho_f \alpha_f \langle u'_f v'_f \rangle \\ \rho_f \alpha_f \langle v_f'^2 \rangle \\ \sum_{k=1}^K (c_{pk} \rho_k \alpha_k) \langle T'v' \rangle \\ \rho_f \alpha_f c_f \langle T'_f v'_f \rangle \\ \langle \alpha'_i v' \rangle \sum_{k=1}^K (\rho_k \alpha_k) \\ 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \sum_{k=1}^K (v\rho_k \alpha_k + \alpha_k \langle \rho'_k v' \rangle + \rho_k \langle \alpha'_k v' \rangle) \\ \rho_f (\alpha_f v_f + \langle \alpha'_f v'_f \rangle) \\ \rho_f (\alpha_f v_f + 2 \langle \alpha'_f v'_f \rangle) \\ \sum_{k=1}^K (v\rho_k \alpha_k + \alpha_k \langle \rho'_k v' \rangle + \rho_k \langle \alpha'_k v' \rangle) \\ \rho_f (\alpha_f v_f + \langle \alpha'_f v'_f \rangle) \\ \sum_{k=1}^K (v\rho_k \alpha_k + \alpha_k \langle \rho'_k v' \rangle + \rho_k \langle \alpha'_k v' \rangle) \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$F = \begin{bmatrix} y \sum_{k=1}^K (v\rho_k \alpha_k + \alpha_k \langle \rho'_k v' \rangle + \rho_k \langle \alpha'_k v' \rangle); \\ y\rho_f (\alpha_f v_f + \langle \alpha'_f v'_f \rangle) \\ u \\ u_f \\ v_f \\ c_p T \\ c_f T_f \\ \alpha_i \\ 0 \end{bmatrix}; \quad H = \begin{bmatrix} -y \sum_{f=1}^F \vartheta_{f,p}; \\ y(\vartheta_{f,p} + \vartheta_{f,c}); \\ -\frac{\partial p}{\partial x} - \sum_{f=1}^F F_{cfx} - \sum_{f=1}^F \vartheta_{f,p} (u_p - u); \\ F_{cfx} + \vartheta_{f,p} (u_p - u_f) + \sum_{j=1}^F \vartheta_{ff,c} (u_j - u_f); \\ -\frac{v_f}{y} \frac{\partial}{\partial y} y\rho_f \langle \alpha'_f v'_f \rangle + F_{cfy} + \vartheta_{f,p} (v_p - v_f) + \sum_{j=1}^F \vartheta_{ff,c} (v_j - v_f); \\ -\langle u'v' \rangle \sum_{k=1}^K \rho_k \alpha_k \frac{\partial u}{\partial y} + u \frac{\partial p}{\partial x} - \sum_{f=1}^F F_{cfx} (u_f - u) - \sum_{f=1}^F \vartheta_{f,p} E_{pk} - \sum_{f=1}^F Q_{conv}; \\ -\rho_f \alpha_f \langle u'_f v'_f \rangle \frac{\partial u_f}{\partial y} + \vartheta_{f,p} E_{pf} + \sum_{j=1}^F \vartheta_{ff,c} E_{ff} + Q_{conv}; \\ -\sum_{f=1}^F \vartheta_{f,p}; \\ \frac{6}{\pi u_f} \sum_{j=1}^f K_{ff} e_{ff} F_{ff} \alpha_{ff} + \frac{D_f^3 \vartheta_{f,p}}{\alpha_f \rho_f} \end{bmatrix}.$$

Замыкание системы осредненных уравнений (1) проводится с помощью уравнения состояния компонентов газовой фазы, уравнения состояния дискретной фазы и уравнения, связывающего объемные концентрации фаз и компонентов:

$$p = \rho_k R_k T, \quad \rho_f = \text{const}, \quad \sum_{k=1}^K \alpha_k + \sum_{f=1}^F \alpha_f = 1. \quad (2)$$

Сила сопротивления каплей, тепловой поток и члены, учитывающие в уравнениях (1) фазовые превращения, коагуляцию и дробление каплей, рассчитываются по формулам:

$$F_{cf} = \frac{3}{4D_f} \alpha_f C_{Df} \rho (W - W_f) |W - W_f|; \quad C_{Df} = 0.32 + \frac{4.4}{\sqrt{\text{Re}}} + \frac{24}{\text{Re}}; \quad Q_{conv} = \frac{6\alpha_{f,T} \alpha_f (T - T_f)}{D_f};$$

$$\alpha_{f,T} = \frac{D_f \text{Nu}}{\lambda}; \quad \text{Nu} = 2 + 0.6 \text{Re}^{1/2} \text{Pr}^{1/3};$$

$$\vartheta_{f,p} = \frac{6\alpha_f D_k \text{Sh}}{D_f^2} (\rho_{kn} - \rho_{ks}); \quad E_{ff} = i_j - i_f + \frac{(u_j - u_f)^2}{2};$$

$$E_{pk} = i_p - i_k(T) + (u_p - u)^2 / 2; \quad E_{pf} = i_p - i_f(T_f) + (u_p - u_f)^2 / 2;$$

$$\vartheta_{f,c} = \frac{6\alpha_f}{\pi} \left(\frac{1}{D_f^3} \sum_{j=1}^f K_{ff} e_{ff} \alpha_j \rho_j F_{ff} - \rho_f \sum_{j=f}^F \frac{\alpha_j}{D_j^3} K_{ff} e_{ff} F_{ff} \right);$$

$$\sum_{j=1}^F \vartheta_{ff,c} E_{ff} = \frac{6\alpha_f}{\pi} \left\{ \frac{1}{D_f^3} \sum_{j=1}^f K_{ff} e_{ff} \alpha_j \rho_j E_{ff} + \rho_f \sum_{j=f}^F K_{ff} e_{ff} \frac{\alpha_j}{D_j^3} (1 - F_{ff}) E_{ff} \right\};$$

$$\sum_{j=1}^F \vartheta_{ff,c} (u_j - u_f) = \frac{6\alpha_f}{\pi} \left[\frac{1}{D_f^3} \sum_{j=1}^f K_{ff} e_{ff} \alpha_j \rho_j (u_j - u_f) + \rho_f \sum_{j=f}^F K_{ff} e_{ff} \frac{\alpha_j}{D_j^3} (1 - F_{ff}) (u_j - u_f) \right];$$

$$\sum_{j=1}^F \vartheta_{ff,c} (v_j - v_f) = \frac{6\alpha_f}{\pi} \left[\frac{1}{D_f^3} \sum_{j=1}^f K_{ff} e_{ff} \alpha_j \rho_j (v_j - v_f) + \rho_f \sum_{j=f}^F K_{ff} e_{ff} \frac{\alpha_j}{D_j^3} (1 - F_{ff}) (v_j - v_f) \right].$$

В уравнениях (1), (2) и приведенных выше выражениях, описывающих межфазовые взаимодействия: x, y – оси цилиндрической системы координат; D_f и D_j – диаметры капель классов f и j ; u, v – проекции вектора скорости W на оси координат x и y ; p – давление; R – газовая постоянная; T – температура; ρ – физическая плотность; α – объемная концентрация; i – удельная энтальпия; c_{pk} – удельная теплоемкость при постоянном давлении k -го компонента газовой фазы; c_f – удельная теплоемкость капель класса f ; λ – коэффициент теплопроводности; $\alpha_{f,T}$ – коэффициент теплоотдачи; F_{cf} и C_{Df} – сила и коэффициент сопротивления капель класса f ; D_k – коэффициент диффузии k -го компонента газовой фазы; Q_{conv} – удельный конвективный тепловой поток; u_p, v_p – проекции вектора скорости массы, претерпевающей фазовый переход, на оси x и y ; i_p – удельная энтальпия массы, претерпевающей фазовый переход; ρ_{kn} – плотность парового компонента газовой фазы, рассчитанная по парциальному давлению этого компонента; ρ_{ks} – плотность парового компонента газовой фазы, рассчитанная по давлению насыщенных паров этого компонента при температуре капли; $\vartheta_{f,p}$ – масса, перешедшая вследствие фазовых переходов в единицу времени в единице объема среды из одного агрегатного состояния в другое (скорость фазовых переходов для кап-

ли класса f); $\vartheta_{f,c}$ – изменение массы капель класса f , происходящее за счет коагуляции и дробления в единицу времени в единице объема среды; $\vartheta_{ff,c}$ – масса капель класса j в единице объема среды, перешедшая в результате коагуляции и дробления за единицу времени в класс f ; K_{ff}, e_{ff} и F_{ff} – константа взаимодействия, коэффициент осаждения (захвата) и параметр коагуляции и дробления капель классов f и j [12]; $\text{Re}, \text{Pr}, \text{Nu}$ и Sh – критерии Рейнольдса, Прандтля, Нуссельта и Шервуда. Индексами k и i обозначены параметры компонентов k и i газовой фазы, индексами f и j – параметры капель классов f и j , штрихами сверху – пульсационные параметры фаз; угловые скобки означают пространственно-временное осреднение.

При оценке порядка членов осредненных по пространству и времени уравнений показано, что в случае струйного течения расчет коагуляции и дробления капель можно проводить, пренебрегая их взаимодействием в пульсационном движении и при перемещении в поперечном направлении. Этот результат подтверждается выводами работы [10], в которой в результате анализа различных моделей коагуляции установлено, что на значительном участке струи (на длине до нескольких сотен радиусов начального сечения струи от среза сопла) коагуляцией капель за счет их участия в пульсационном движении

можно пренебречь и рассматривать коагуляцию только за счет разности осредненных скоростей капель (геометрическая модель коагуляции). К такому же выводу пришли авторы работы [11]. По их расчетам в реальных условиях возрастание частоты соударений капель вследствие пульсационного движения незначительно (не превышает 10%) и в практических расчетах его можно не учитывать. С учетом этого в данной работе расчет коагуляции и дробления капель проводится в одномерной постановке методом Лагранжа с использованием модели А. А. Шрайбера [12].

Система осредненных уравнений, описывающих двухфазную струю, замыкается с помощью выражений для моментов корреляции пульсационных параметров фаз, приведенных в [13]:

$$\begin{aligned}
 \langle u'v' \rangle &= -K_u K_v l_0^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial u}{\partial y}; \\
 \langle u'_f v'_f \rangle &= -K_{uf} K_{vf} l_0^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial u}{\partial y}; \\
 \langle T'v' \rangle &= -\frac{K_v^2}{Sc_{T0}} l_0^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial T}{\partial y}; \\
 \langle \alpha'_k v' \rangle &= -\frac{K_v^2}{Sc_{T0}} l_0^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial \alpha_k}{\partial y}; \\
 \langle \alpha'_f v'_f \rangle &= -\frac{K_{vf} K_v}{Sc_{T0}} l_0^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial \alpha_f}{\partial y}; \\
 \langle v_f'^2 \rangle &= K_{vf}^2 l_0^2 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2; \\
 \langle T'_f v'_f \rangle &= -\frac{K_{vf} K_v}{Sc_{T0}} l_0^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial T_f}{\partial y}; \\
 \langle \rho'_k v' \rangle &= \frac{\rho_k}{T} \frac{K_v^2}{Sc_{T0}} l_0^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial T}{\partial y},
 \end{aligned} \tag{3}$$

где $K_u = u'/u'_0$; $K_v = v'/v'_0$; $K_{uf} = u'_f/u'_0$; $K_{vf} = v'_f/v'_0$; u' , v' , u'_f и v'_f – пульсационные скорости фаз в двухфазном потоке; u'_0 и v'_0 – пульсационные скорости газовой фазы, определяемые без учета влияния капель; l_0 – путь перемешивания Прандтля в однофазной струе; Sc_{T0} – число Шмидта при отсутствии капель.

В формулах (3) пульсационные скорости фаз определяются с помощью модели турбулентности, изложенной в [14]. В отличие от моделей турбулентности, основанных на дифференциальных уравнениях в частных производных, при исполь-

зовании этой модели требуется задание граничных условий только для осредненных параметров, что важно при решении прикладных задач.

Граничные условия при решении системы уравнений (1), (2) записываются следующим образом:

$$\begin{aligned}
 x=0: \\
 u &= u(y), \quad \alpha_k = \alpha_k(y), \quad T = T(y), \quad u_f = u_f(y), \quad v_j = v_j(y), \\
 \alpha_k &= \alpha_k(y), \quad T = T(y), \quad k=1, \dots, K, \quad f=1, \dots, F; \\
 y=\infty: \\
 u &= u_e, \quad \alpha_k = \alpha_{ke}, \quad T = T_e, \quad u_f = u_{fe}, \quad v_j = 0, \\
 \alpha_f &= \alpha_{fe}, \quad T_f = T_{fe}, \quad k=1, \dots, K, \quad f=1, \dots, F; \\
 y=0: \\
 \frac{\partial u}{\partial y} &= 0, \quad \frac{\partial \alpha_k}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad k=1, \dots, K.
 \end{aligned}$$

Индексом e обозначены параметры фаз на границе струи.

Описание метода решения системы осредненных уравнений

Аппроксимация дифференциальных уравнений в частных производных (за исключением уравнения баланса массы газа) разностными уравнениями проводилась с использованием неявной шеститочечной конечно-разностной схемы, имеющей второй порядок точности [15]. Нелинейные конвективные члены уравнений расписывались с использованием направленных разностей. Система разностных уравнений решалась методом прогонки. Уравнение баланса массы газовой фазы аппроксимировалось по явной четырехточечной схеме. Расчет параметров двухфазной струи проводился послойно с переходом от слоя n к слою $n+1$ с использованием прямоугольной сетки, равномерной в направлении оси y . При удалении от начального сечения струи ее границы расширяются. Поэтому число узлов сетки при переходе от слоя n к слою $n+1$ должно возрастать. Количество точек на слое $n+1$ определялось из условия гладкого перехода всех параметров фаз к их значениям в окружающей струю среде. При достижении заданного максимального количества узлов их число уменьшалось в два раза. Точность расчетов контролировалась по интегралу избыточного количества движения среды в целом, который должен оставаться постоянным по длине струи. Отличие значения этого интеграла в различных сечениях струи от его значения

в начальном сечении струи не превышало 3.5%. Такая точность расчетов достигалась при задании максимального количества узлов расчетной сетки в поперечном направлении, равного 60. Обыкновенные дифференциальные уравнения решались методом Рунге–Кутты второго порядка.

Сравнение результатов расчетов с данными эксперимента

Результаты расчетов по описанной математической модели двухфазной турбулентной струи сравниваются с данными проводившегося по заказу NASA эксперимента [16], в котором измерялись параметры факела распыла керосина пневматической форсунки. Конструктивно эта форсунка выполнена в виде двух соосных трубок с внутренними диаметрами 0.5 и 1.5 мм; причем, толщина стенки внутренней трубки, которая заканчивалась на расстоянии 1 мм от торца внешней трубки, равна 0.075 мм. Во внутреннюю трубку подавался керосин с расходом 0.072 г/с, а в зазор между трубками – воздух с расходом 0.187 г/с. Двухфазная струя, образующаяся в результате смешения керосина с воздухом, истекала в спутный равномерный воздушный поток, имеющий скорость 7.3 м/с и температуру 450 К.

Измерение дисперсности и концентрации капель проводилось с помощью стандартного прибора ST1800 фирмы Malvern, принцип действия которого основан на обработке индикатрисы рассеяния света. Скорость капель измерялась лазерным доплеровским анемометром с размерами измерительного объема $1 \times 0.1 \times 0.1$ мм. За скорость газа принималась скорость капель размером 1 мкм.

Измерения параметров фаз в факеле распыла проводились в шести сечениях, расположенных на расстояниях 20, 40, 60, 80, 100 и 140 мм от среза форсунки.

В качестве исходного (начального) сечения для расчета выбрано сечение с радиусом 10 мм, находящееся на расстоянии 40 мм от форсунки, так как в [16] для этого сечения приводится наиболее полная информация по значениям параметров газа и капель. В этом сечении задавались поперечные поля скоростей и температур фаз, поперечные поля концентраций капель и паров керосина, взятые из эксперимента. При этом непрерывная функция распределения капель

по размерам заменена гистограммой с характерными размерам капель 5, 15, 25, 40 и 65 мкм.

Скорость газа аппроксимировалась полиномом

$$u^* = 1 - 0.40522r^* + 2.1631r^{*2} - 11.152r^{*3} + 14.013r^{*4} - 5.2594r^{*5},$$

в котором $u^* = u/u_m$, $r^* = r/r_0$ (u – скорость на радиусе r ; u_m – скорость на оси факела; r_0 – радиус начального сечения). Скорость капель задавалась с учетом коэффициента скольжения $\eta_f = u_f^*/u^*$, который в сечении $x = 40$ мм для капель размером 5, 15, 25, 40 и 65 мкм был соответственно равен 0.94; 0.83; 0.74; 0.625 и 0.54.

Начальное поле температуры газа задавалось зависимостью $T^* = 1 + r^{*2}$, в которой $T^* = T/T_m$; T_m – температура газа на оси факела в сечении с радиусом r_0 . В расчетах принимается $u_m = 20$ м/с, $T_m = 365$ К, $r_0 = 10$ мм.

Поля температур капель в сечении факела $x = 40$ мм приняты равномерными со значением температуры 333 К для капель всех классов.

Поля объемной концентрации капель в безразмерном виде задавались полиномами:

$$\alpha_1^* = (0.15 - 0.3712r^* + 0.2224r^{*2}) \cdot 10^{-4};$$

$$\alpha_2^* = (0.36 - 0.863r^* + 0.506r^{*2}) \cdot 10^{-4};$$

$$\alpha_3^* = (0.15 - 0.1745r^* + 0.029r^{*2}) \cdot 10^{-4};$$

$$\alpha_4^* = (-0.286 \cdot 10^{-9} + 0.2694r^* - 0.2588r^{*2}) \cdot 10^{-4};$$

$$\alpha_5^* = (0.14262 \cdot 10^{-8} - 0.78r^* + 1.56r^{*2}) \cdot 10^{-6},$$

в которых $\alpha_f^* = \alpha_f/\alpha_{fm}$; α_f и α_{fm} – объемная концентрация капель на радиусе r и на оси факела распыла соответственно.

Поле объемной концентрации паров керосина в сечении факела $x = 40$ мм принято равномерным со значением концентрации 0.1, что соответствует пересыщению пара (отношению парциального давления пара к давлению насыщенных паров) 0.47.

Скоростная киносъемка позволила исследовать структуру факела распыла и определить длины его характерных участков. В соответствии с результатами киносъемки начальный участок факела, характеризующийся большой концентрацией жидкой фазы, заканчивается примерно на расстоянии 20 мм от форсунки, основная масса капель испаряется на длине 140–160 мм. Это совпадает с результатами расчетов, которые представлены на рис. 1–7. На этих рисунках рассчитанные зависимости изображены сплошны-

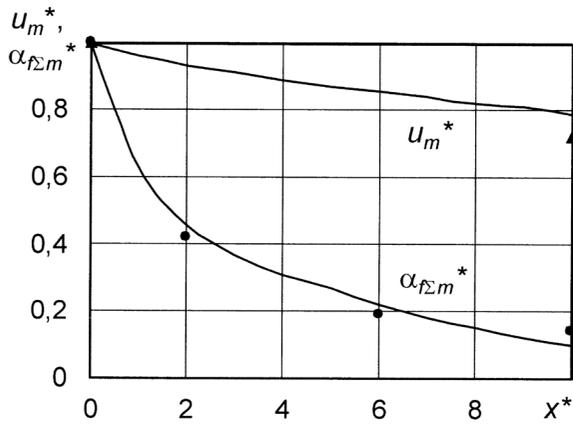


Рис. 1. Изменение вдоль оси факела распыла пневматической форсунки безразмерных скорости газа и суммарной объемной концентрации капель

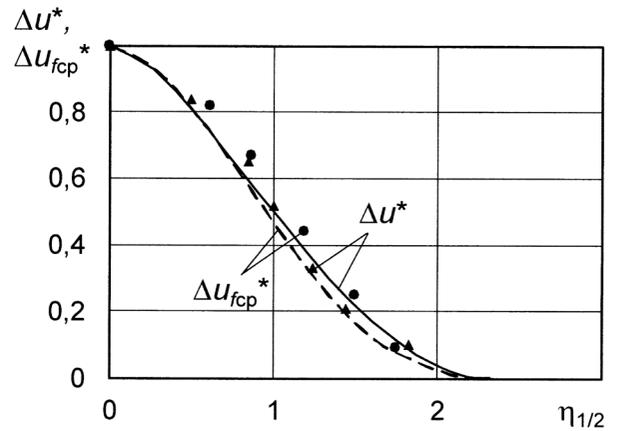


Рис. 2. Безразмерные поперечные поля скорости газовой фазы и средней скорости капель в факеле распыла пневматической форсунки на расстоянии 100 мм от ее среза

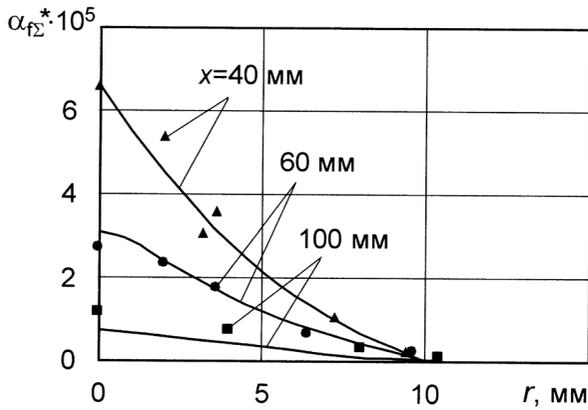


Рис. 3. Поперечные поля суммарной объемной концентрации капель в трех сечениях факела распыла пневматической форсунки

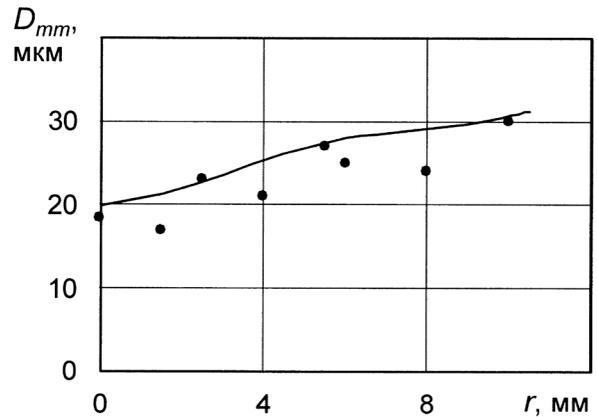


Рис. 4. Поперечное поле среднемассового диаметра капель в сечении $x=100 \text{ мм}$ факела распыла пневматической форсунки

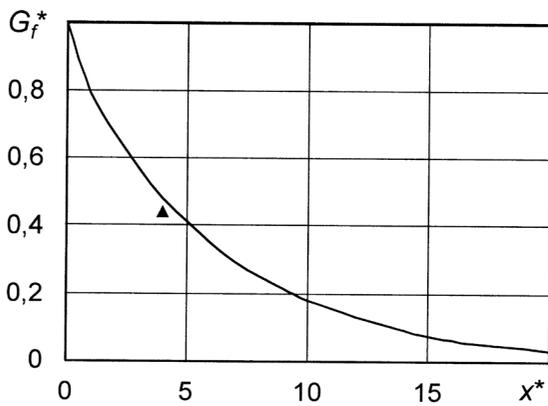


Рис. 5. Изменение относительного расхода капель по длине факела распыла пневматической форсунки

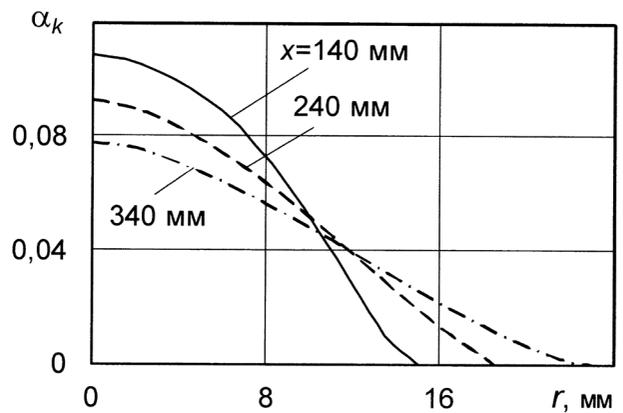


Рис. 6. Поперечные поля объемной концентрации паров керосина в трех сечениях факела распыла пневматической форсунки

ми кривыми, а экспериментальные данные – точками.

На рис. 1 в безразмерном виде показано изменение скорости газа $u_m^* = u_m/u_0$ и суммарной объемной концентрации капель $\alpha_{f\Sigma m}^* = \alpha_{f\Sigma m}/\alpha_{f\Sigma 0}$ вдоль оси факела распыла (суммарная концентрация капель равна сумме концентраций капель всех классов: $\alpha_{f\Sigma} = \sum_{f=1}^F \alpha_f$; индексом m обозначены параметры фаз на оси факела, а индексом 0 – на оси факела в сечении $x=40$ мм).

Обезразмеривание этих параметров течения проводится относительно их значений u_0 и $\alpha_{f\Sigma 0}$ на оси факела в сечении $x=40$ мм. Безразмерная координата $x^* = x/r_0$ определяется по формуле $x^* = (x-0.04)/r_0$, в которой x – расстояние в метрах от данного сечения до форсунки; r_0 – радиус сечения струи на расстоянии 40 мм от форсунки ($r_0=0.01$ м).

На рис. 2 в безразмерном виде представлены поперечные поля скорости газа и средней скорости капель в сечении факела $x=100$ мм.

Средняя скорость капель рассчитывается по формуле $u_{fcp} = \sum_{f=1}^F \alpha_f u_f^2 / \sum_{f=1}^F \alpha_f u_f$. Безразмерные избыточные скорости газа Δu^* и капель Δu_{fcp}^* определяются формулой

$$\Delta u^* = (u - u_e) / (u_m - u_e),$$

в которой u – текущее значение скорости; u_m и u_e – значения скорости на оси и границе факела в данном его сечении. Безразмерная поперечная координата $\eta_{1/2}$ рассчитывается по формуле $\eta_{1/2} = r/r_{1/2u}$, в которой $r_{1/2u}$ – радиус факела, соответствующий половине избыточной скорости газовой фазы $\Delta u/2 = (u_m - u_e)/2$ в рассматриваемом сечении.

На рис. 3 приведены поля суммарной объемной концентрации капель в сечениях факела форсунки на расстояниях 40, 60 и 100 мм от ее среза.

На рис. 4 представлено поперечное поле среднемассового (mass mean) диаметра капель D_{mm} в сечении факела распыла $x=100$ мм. Среднемассовый диаметр капель рассчитывается по формуле $D_{mm} = \sum_{f=1}^F D_f^4 \alpha_f / \sum_{f=1}^F D_f^3 \alpha_f$.

На рис. 5 показано изменение расхода капель по длине факела распыла в безразмерном виде. Обезразмеривание расхода капель проводится

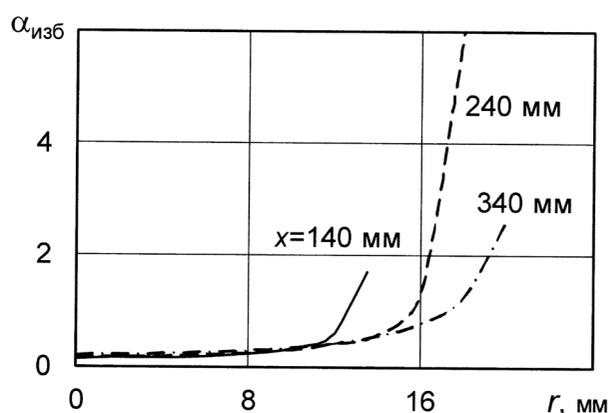


Рис. 7. Изменение коэффициента избытка воздуха по радиусу факела распыла пневматической форсунки в трех его сечениях

относительно его значения в сечении, расположенном на расстоянии 40 мм от форсунки, безразмерная продольная координата x^* определяется так же, как и на рис. 1, т.е. по формуле $x^* = (x-0.04)/r_0$.

На графике рис. 5 нанесена только одна экспериментальная точка, соответствующая сечению факела $x=80$ мм, так как для других сечений факела распыла информация о расходе капель отсутствует. В соответствии с этим графиком испарение основной массы капель заканчивается при $x^* \approx 16$, что соответствует длине факела распыла, равной 200 мм. Таким образом, для данной форсунки и граничных условий течения, имеющих место в описанном в [16] эксперименте, начальный участок факела распыла заканчивается на расстоянии 20–40 мм, а основной участок – на расстоянии около 200 мм от форсунки. Далее располагается участок смешения.

На рис. 6 приведены поперечные поля объемной концентрации паров керосина в трех сечениях факела распыла, первое из которых располагается в основном участке, второе – на границе основного участка и участка смешения и третье – на участке смешения.

По этим полям построены поля коэффициента избытка воздуха $\alpha_{изб}$, приведенные на рис. 7. Из графиков этого рисунка следует, что в центральной части факела смесь является слишком переобогащенной, а в периферийной – слишком обедненной для того, чтобы горение было устойчивым. Между областями с очень богатой и очень бедной смесью располагается область с $0.7 < \alpha_{изб} < 2.5$, в которой может происходить устойчивое горение [17].

Заключение

Разработанная математическая модель двухфазного струйного течения, учитывающая неравновесность фаз по скоростям и температурам, многокомпонентный состав газовой и жидкой фаз, полидисперсность капель, фазовые превращения, коагуляцию и дробление капель, дает возможность определять протяженность основного участка факела распыла форсунки и получать поля всех параметров фаз и их компонентов, а также коэффициента избытка воздуха в поперечных сечениях этого факела. Подобные расчеты позволяют в основных камерах сгорания прогнозировать расположение и размеры зоны горения для выбранного типа форсунок или выбирать тип и взаимное расположение форсунок для обеспечения заданного распределения концентрации топлива по сечению камеры сгорания, а в прямых камерах сгорания – выбирать положение стабилизаторов пламени относительно форсунок.

Преимущества описанной в статье математической модели перед моделями, в которых параметры турбулентности находятся из решения дифференциальных уравнений в частных производных, заключается в том, что она не требует задания граничных условий для этих параметров (граничные условия задаются только для осредненных параметров), что важно при решении прикладных задач. Возможность использования алгебраических уравнений для вычисления моментов корреляции пульсационных параметров фаз в двухфазных струйных течениях обусловлена тем, что эти течения являются автомодельными по всем параметрам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зуев Ю. В., Лепешинский И. А. Особенности распространения газовых и двухфазных двухконтурных коаксиальных струй // Математическое моделирование. 2016. Т. 28. № 12. С. 95–106.
2. Шрайбер А. А., Гавин Л. Б., Наумов В. А., Яценко В. П. Турбулентные течения газозвеси. Киев: Наук. Думка, 1987. 240 с.
3. Elghobashi S., Abou-Arab T., Rizk M., Mostafa A. Prediction of the particle-laden jet with a two-equation turbulence model // Int. J. Multiphase Flow. 1984. V. 10. N 6. P. 697–710.
4. Волков Э. П., Зайчик Л. И., Першуков В. А. Моделирование горения твердого топлива. М.: Наука, 1994. 320 с.
5. Mostafa A. A., Mongia H. C., McDonell V. G., Samuelson G. S. On the evolution of particle-laden jet flows: A theoretical and experimental study // AIAA J. 1987. P. 2181–2197.
6. Костюк В. В., Лепешинский И. А., Иванов О. К., Зуев Ю. В., Решетников В. А., Воронцов А. В., Циценко А. В. Исследование процессов межфазного взаимодействия в многофазных турбулентных струях // Математическое моделирование. 1999. Т. 11. № 4. С. 59–69.
7. Терехов В. И., Пахомов М. А. Численное исследование турбулентной структуры полидисперсной двухфазной струи с испаряющимися каплями // Математическое моделирование. 2016. Т. 28. № 11. С. 64–78.
8. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. I. М.: Наука. Гл. ред. физ. мат. лит., 1987. 464 с.
9. Хинце И. О. Турбулентность, ее механизм и теория. М.: Физматгиз, 1963. 680 с.
10. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. 700 с.
11. Бабуха Г. Л., Шрайбер А. А. Взаимодействие частиц полидисперсного материала в двухфазных потоках. Киев: Наук. Думка, 1972. 175 с.
12. Стернин Л. Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М.: Машиностроение, 1974. 212 с.
13. Зуев Ю. В., Лепешинский И. А., Никитин П. В. Критериальное исследование межфазного теплообмена в двухфазной турбулентной неизотермической струе // Математическое моделирование. 2015. Т. 27. № 5. С. 114–126.
14. Зуев Ю. В., Лепешинский И. А., Решетников В. А., Истомина Е. А. Выбор критериев и определение их значений для оценки характера взаимодействия фаз в двухфазных турбулентных струях // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. «Машиностроение». 2012. № 1. С. 42–54.
15. Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. М.: Наука, 1984. 288 с.
16. Yule A. J., Seng C. Ah., Felton P. G., Ungut A., Chigier N. A. A study of vaporizing fuel sprays by laser techniques // Combustion and Flame. 1982. N 44. P. 71–84.
17. Теория, расчет и проектирование двигателей и энергетических установок / Под ред. В. А. Сосунова, В. М. Чепкина. М.: Изд-во МАИ, 2003. 688 с.

Mathematical model for calculation parameters of spray cone of pneumatic fuel sprayer

Yu. V. Zuev

*Moscow aviation institute (national research university), Moscow
e-mail: yuri_zuev@bk.ru,*

The mathematical model of two-phase turbulent jet flow taking into account non-equilibrium of phases on speeds and temperatures, phase transformations, multicomponent structure of gas phase,

polydispersion of drops, their coagulation and crushing is given. It is shown that this mathematical model can be used for calculation of parameters of spray cone of pneumatic fuel sprayer as well as for calculation speeds of gas and drops, concentration of drops and components of a gas phase and also air-fuel ratio in a spray cone.

Keywords: pneumatic fuel sprayer, spray cone, mathematical model, calculation of parameters of spray cone

REFERENCES

1. **Zuev Yu. V., Lepeshinsky I. A.** Osobennosti rasprostraneniya gazovykh i dvukhfaznykh dvukhkonturnykh koaksial'nykh struj [Features of spread of gas and two-phase double-circuit coaxial jets]. *Matematicheskoe modelirovanie – Matem. Mod.*, 2016, vol. 28, no. 12, pp. 95–106. In Russ.
2. **Shrayber A. A., Gavin L. B., Naumov V. A., Yatsenko V. P.** *Turbulentnye techeniya gazovzvesi* [Turbulent gas-suspension flows]. Kiev: Nauk. Dumka, 1987. 240 p. In Russ.
3. **Elghobashi S., Abou-Arab T., Rizk M., Mostafa A.** Prediction of the particle-laden jet with a two-equation turbulence model. *Int. J. Multiphase Flow*, 1984, vol. 10, no. 6, pp. 697–710.
4. **Volkov E. P., Zaichik L. I., Pershukov V. A.** *Modelirovanie goreniya tverdogo topliva* [Simulation of solid fuel combustion]. Moscow: Nauka, 1994. 320 p. In Russ.
5. **Mostafa A. A., Mongia H. C., McDonell V. G., Samuelson G. S.** On the evolution of particle-laden jet flows: A theoretical and experimental study. *AIAA J*, 1987, pp. 2181–2197.
6. **Kostyuk V. V., Lepeshinskii I. A., Ivanov O. K., Zuev Yu. V., Reshetnikov V. A., Voronetskii A. V., Tsipenko A. V.** Issledovanie protsessov mezhfaznogo vzaimodejstviya v mnogofaznykh turbulentnykh struyakh [Interphase interaction investigation in multiphase turbulent jets]. *Matematicheskoe modelirovanie – Matem. Mod.*, 1999, vol. 11, no. 4, pp. 59–69. In Russ.
7. **Pakhomov M. A., Terekhov V. I.** Chislennoe issledovanie turbulentnoj struktury polidispersnoj dvukhfaznoj strui s isparayushhimisya kaplyami [Numerical simulation of turbulent flow in a polydispersed two-phase jet with evaporating]. *Matematicheskoe modelirovanie – Matem. Mod.*, 2016, vol. 28, no. 11, pp. 64–78. In Russ.
8. **Nigmatulin R. I.** *Dinamika mnogofaznykh sred. Ch. I* [Dynamics of multiphase media. Pt. I]. Moscow: Nauka. Glavnaya redaktsiya fiz.mat. literatury, 1987. 464 p. In Russ.
9. **Hinze J. O.** *Turbulence. An introduction to its mechanism and theory*. New York, Mc Graw-Hill, 1959. 586 p.
10. **Levich V. G.** *Fiziko-khimicheskaya gidrodinamika* [Physical-chemical hydrodynamics]. Moscow: Fizmatgiz, 1959. 700 p. In Russ.
11. **Babukha G. L., Shrajber A. A.** *Vzaimodejstvie chastits polidispersnogo materiala v dvukhfaznykh potokakh* [Interaction of polydisperse material particles in two-phase flows]. Kiev: Naukova Dumka, 1972. 175 p. In Russ.
12. **Sternin L. E.** *Osnovy gazodinamiki dvukhfaznykh techenij v soplakh* [Basis of gas dynamics of two-phase flows in nozzles] Moscow: Mashinostroenie, 1974. 212 p. In Russ.
13. **Zuev Yu. V., Lepeshinsky I. A., Nikitin P. V.** Kriteri-al'noe issledovanie mezhfaznogo teploobmena v dvukhfaznoj turbulentnoj neizotermicheskoj strue [Criteria research of interphase heat exchange in a two-phase turbulent nonisothermal jet]. *Matematicheskoe modelirovanie – Matem. Mod.*, 2015, vol. 27, no. 5, pp. 114–126. In Russ.
14. **Zuev Yu. V., Lepeshinsky I. A., Reshetnikov V. A., Istomin E. A.** Vyborkriteriev i opredelenie ikh znachenij dlya otsenki kharaktera vzaimodejstviya faz v dvukhfaznykh turbulentnykh struyakh [The choice of criteria and determination of their values for the evaluation of the nature of the phase interaction in two-phase turbulent jets]. *Vestnik MGTU im. N. E. Baumana. Ser. "Mashinostroenie" – Bulletin of MSTU. N. E. Bauman. Ser. "Mechanical engineering"*, 2012, no. 1, pp. 42–54. In Russ.
15. **Paskonov V. M., Polezhaev V. I., Chudov L. A.** *Chislennoe modelirovanie protsessov teplo- i massoobmena* [Numerical modeling of heat and mass transfer processes]. Moscow: Nauka, 1984. 288 p. In Russ.
16. **Yule A. J., Seng C. Ah., Felton P. G., Ungut A., Chigier N. A.** A study of vaporizing fuel sprays by laser techniques. *Combustion and Flame*, 1982, no. 44, pp. 71–84.
17. **Teoriya, raschet i proektirovanie dvigatelej i ehnergeticheskikh ustanovok** / Pod red. V. A. Sosunova, V. M. Chepkina [Theory, calculation and design of engines and power plants. Ed. V. A. Sosunov, V. M. Chepkin] Moscow: Izd-vo MAI – Publishing house MAI, 2003. 688 p. In Russ.