

УДК 536.25

## Численное моделирование турбулентной свободной конвекции ртути в подогреваемом снизу цилиндре при нулевой и конечной толщине горизонтальных стенок

С. И. Смирнов, А. А. Смирновский

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург;  
e-mail: sergeysmirnov92@mail.ru*

Поступила в редакцию 13.09.2017

Представлены результаты прямого численного моделирования турбулентной свободной конвекции ртути (число Прандтля  $Pr=0.025$ ) в подогреваемом снизу цилиндре с отношением высоты к диаметру, равным единице. Исследуется влияние теплопереноса в горизонтальных (стальных) стенках конечной толщины на структуру течения и интегральную теплопередачу. Толщина вертикальной цилиндрической стенки принимается бесконечно малой. Эффективное число Рэлея, рассчитываемое по осредненному перепаду температур между горизонтальными поверхностями раздела сред, меняется от  $10^6$  до  $10^8$ . При этом соответствующее масштабное число Рэлея, построенное по задаваемому перепаду температур на внешних поверхностях горизонтальных стенок, изменяется от  $3 \cdot 10^6$  до  $7 \cdot 10^8$ . Помимо числа Рэлея и числа Прандтля определяющими параметрами течения являются отношения теплоемкостей и теплопроводностей рассматриваемых сред, которые в настоящей работе принимаются величинами порядка единицы. Все расчеты были проведены с использованием конечно-объемного программного кода внутреннего пользования SINF/Flag-S. Уравнения Навье–Стокса, записанные в приближении Буссинеска, решались по методу дробных шагов со вторым порядком точности пространственной и временной дискретизации. Показывается, что во всем диапазоне чисел Рэлея характерной структурой течения является так называемая глобальная конвективная ячейка (large-scale circulation). Анализ временных изменений вертикальной компоненты скорости указывает на наличие случайных низкочастотных колебаний конвективной ячейки, отмечавшихся ранее в экспериментальных исследованиях. Значения интегрального числа Нуссельта, рассчитанные при нулевой толщине стенок, находятся в хорошем согласии с расчетными данными других авторов. Определено количественное различие между значениями числа Нуссельта, полученными в расчетах с нулевой и конечной толщиной горизонтальных стенок, а именно, в случае конечной толщины стенок интегральная теплопередача через слой оказывается на 5–10% больше.

Ключевые слова: конвекция Рэлея–Бенара, жидкий металл, сопряженный теплообмен.

### Введение

Постоянный интерес к исследованию свободной конвекции при низких числах Прандтля  $Pr$  обусловлен геофизическими и техническими приложениями (конвекция во внешнем ядре Земли, технологии выращивания кристаллов полупроводников, теплообменные процессы в ядерных реакторах и др.). Среди модель-

ных задач в этой области важное место занимает задача о конвекции Рэлея–Бенара в вертикально ориентированной цилиндрической емкости, заполненной ртутью. При численном анализе эта задача обычно рассматривается в несопряженной постановке – при задании граничных условий на внутренних поверхностях твердых стенок, образующих емкость. При этом боковая цилиндрическая поверхность, как правило, полагается

адиабатической. В реальных технических устройствах область, заполненная жидким металлом, ограничена твердыми стенками конечной толщины. Термическое сопротивление стенок в таком случае может быть сопоставимо с эффективной теплопроводностью жидкой среды, что требует учета эффектов сопряженности теплообмена. Отметим, что задачи сопряженного теплообмена являются предметом интенсивных исследований как численных [1, 2], так и экспериментальных [3, 4]. Однако рассматриваемая в настоящей работе постановка задачи о конвекции Рэлея–Бенара в цилиндрической полости при низких числах Прандтля в сопряженной постановке по-прежнему является актуальной и малоизученной.

К настоящему времени накоплен большой объем экспериментальных и расчетных работ, посвященных исследованию турбулентной конвекции Рэлея–Бенара, развивающейся в областях различной геометрии в широком диапазоне чисел Прандтля (см. обзорную работу [5], содержащую обширный список литературных источников). Среди них имеется небольшое число экспериментальных исследований конвекции жидкости в цилиндрических емкостях при низких числах Прандтля [6, 7].

Влияние конечной теплопроводности стенок на структуру течения и теплопередачу в цилиндрической емкости рассматривалось в сравнительно небольшом количестве работ. Среди экспериментальных исследований влияния эффекта сопряженности теплообмена на конвекцию в цилиндре следует отметить работу [8], выполненную для среды с  $Pr=4.4$ .

К настоящему времени накоплен также значительный объем расчетных исследований, полученных методом прямого численного моделирования (DNS) для конвекции Рэлея–Бенара, развивающейся в цилиндрических контейнерах (без учета эффектов сопряженности теплообмена) в широком диапазоне чисел Прандтля (см., например, [9] с обширным списком экспериментальных и расчетных работ в этой области). Прямое численное моделирование конвекции в цилиндрической емкости, заполненной жидким металлом, представлено в [10–12]. Авторы работ [10, 11] модели-

ровали конвекцию ртути ( $Pr=0.025$ ) при числах Рэлея  $Ra$ , не превышающих  $10^6$ . Результаты расчетов при больших  $Ra$  (до  $10^9$ ) приведены в [12] для  $Pr=0.021$ .

Исследование влияния эффекта сопряженности на конвекцию воздуха ( $Pr=0.7$ ) в цилиндрической полости проведено в [13]. Сравнение результатов, полученных в сопряженной и несопряженной постановках для случая конвекции ртути в цилиндре при  $Ra=10^6$ , приведено в [14, 15].

В настоящей работе представляются результаты прямого численного моделирования турбулентной конвекции ртути в подогреваемом снизу цилиндре, позволяющие оценить влияние конечной тепловой проводимости горизонтальных стенок. Расчеты выполнены с использованием кода внутреннего пользования SINF/Flag-S. Полученные результаты сопоставляются с экспериментальными [6, 7] и расчетными [10–12, 14] данными.

## Постановка задачи

Численное моделирование свободной конвекции ртути ( $Pr=0.025$ ) в подогреваемом снизу цилиндре выполнено как в сопряженной постановке – с учетом эффектов теплопереноса в горизонтальных стенках, так и в несопряженной – отвечающей случаю нулевой толщины стенок.

В случае сопряженной задачи расчетная область (рис. 1, а) включает заполненную жидким металлом емкость диаметром  $D$ , высотой  $H=D$  и два твердых диска толщиной  $h$ . Представляемые расчеты проведены для случая  $h/H=0.25$ .

На внутренних границах контейнера задаются условия непроницаемости и прилипания.

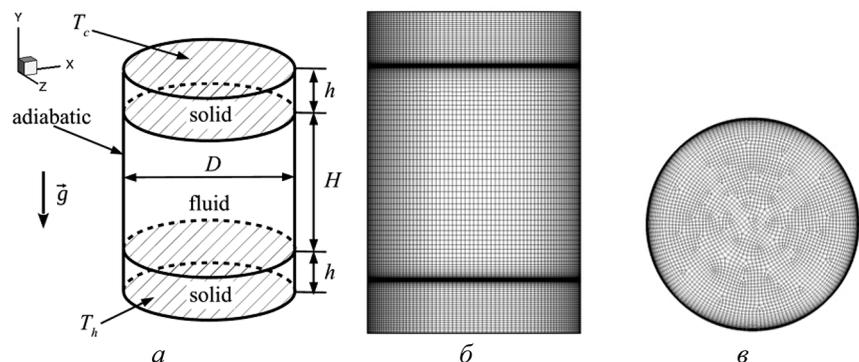


Рис. 1. Расчетная область с граничными условиями (а) и сечения вычислительной сетки вертикальной (б) и горизонтальной (в) плоскостями

На внешних горизонтальных поверхностях задаются постоянные значения температуры ( $T_h$  и  $T_c$ ). Внутренние поверхности твердотельных дисков полагаются границами термического сопряжения сред. Боковые поверхности полагаются адиабатическими и имеющими нулевую толщину в предположении о существенно меньшем влиянии теплопроводности в них на структуру течения и теплообмен в полости.

Конвекция жидкости, развивающаяся в поле силы тяжести, моделировалась на основе системы нестационарных уравнений движения и энергии (1)–(3) (последнее решается совместно в жидкой и твердой областях), записанных в приближении несжимаемой жидкости с постоянными физическими свойствами. Эффекты плавучести в поле силы тяжести учитывались в приближении Бусинеска.

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{1}{\rho_f} \nabla p + \beta(T_0 - T) \vec{g} + \nu \nabla^2 \vec{V}, \quad (2)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\lambda_i}{\rho_i C_i} \nabla^2 T. \quad (3)$$

Граничные условия:

$$\vec{V}|_{wall} = 0; T|_{y=0} = T_h; T|_{y=H+2h} = T_c; \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=D/2} = 0.$$

Начальные условия:

$$\vec{V}|_{t=0} = 0; T|_{t=0} = (T_h + T_c)/2.$$

При решении задачи сопряженного теплообмена из физических свойств сред, помимо числа Прандтля  $Pr = \mu C_f / \lambda_f$ , можно построить еще два безразмерных определяющих параметра конвекции:  $\lambda_f / \lambda_s$  и  $(\rho_f C_f) / (\rho_s C_s)$ . В настоящей работе  $\lambda_f / \lambda_s = 1.641$ ,  $(\rho_f C_f) / (\rho_s C_s) = 0.472$ , что соответствует отношениям исходных размерных параметров, взятых для ртути и стали.

Масштабное число Рэлея (построенное по масштабным величинам), задаваемое при проведении расчетов, определялось для сопряженной и несопряженной постановок следующим образом:

$$Ra = Pr \cdot (g\beta\Delta T_0 H^3 / \nu^2); \quad (4)$$

где  $\Delta T_0 = (T_h - T)$  – общий перепад температуры.

Следует, однако, иметь в виду, что в случае задачи сопряженного теплообмена развивающаяся в емкости конвекция фактически определяется значением эффективного числа Рэлея  $Ra_{eff}$  построенным по разнице осредненных по времени

и поверхности температур  $\Delta T$  на границах раздела сред. Соответственно,

$$Ra_{eff} = Pr \cdot (g\beta\Delta TH^3 / \nu^2). \quad (5)$$

В случае несопряженной постановки два введенных числа Рэлея совпадают. В противном случае, эффективное число Рэлея вычисляется после завершения расчетов. В настоящей работе масштабное число Рэлея подбиралось таким, чтобы эффективное число  $Ra_{eff}$  практически равнялось некоторому «базовому» значению, выбранному при решении несопряженной задачи. В настоящей работе базовые значения числа Рэлея изменялись в диапазоне от  $10^6$  до  $10^8$ .

### Вычислительные аспекты

Для выполнения расчетов использовался конечно-объемный «неструктурированный» программный код SINF/Flag-S, созданный и развиваемый на кафедре «Гидроаэродинамика, горение и теплообмен» СПбПУ. Решение системы уравнений (1)–(3) проводилось по методу дробных шагов (см., например, [16, 17]) с авторскими модификациями, позволяющими вести расчеты на сетках с сильно скошенными ячейками и при числах Куранта, больших единицы. Дискретизация пространственных и временных операторов выполнена со вторым или третьим (последнее – для конвективных операторов) порядком точности.

В ходе расчетов использовалась расчетная сетка, состоящая из шестигранных элементов. К жидкой области относилось около  $5 \cdot 10^5$  ячеек, к каждой из горизонтальных стенок –  $2 \cdot 10^5$  ячеек. Сетка сгущалась к стенкам и поверхностям раздела (вертикальный размер ячейки вблизи интерфейса составлял  $\sim 1.5 \cdot 10^{-4} H$ ). Распределение ячеек в различных сечениях представлено на рис. 1, б, в. Данная сетка обеспечивает практически полное разрешение всего спектра вихревых структур при  $Ra_{eff}$  до  $10^6$ . Вычисления, проведенные при существенно больших значениях эффективного числа Рэлея, результаты которых также представляются в настоящей работе, следует рассматривать как некоторое приближение к DNS в строгом смысле, поскольку наиболее мелкомасштабные вихревые структуры на данной сетке не разрешаются, а процесс вязкой диссипации частично или полностью замещается действием численной диссипации.

При  $Ra = 1.7 \cdot 10^7$  был проведен расчет на измельченной в два раза по каждому направлению расчетной сетке. Полученные результаты по интегральной теплопередаче совпадают с результатами расчета на исходной сетке. Отсутствие влияния вычислительной сетки на теплопередачу через слой жидкости объясняется тем, что главным механизмом переноса тепла в исследуемой области является глобальная конвективная ячейка с масштабом порядка размера емкости.

Проведенное исследование влияния временного шага на колебания скорости и температуры во времени показало, что для корректного разрешения всего спектра частот на данной сетке необходимо, чтобы шаг по времени не превышал одной тысячной от характерного конвективного времени задачи, определяемого как  $t_b = (H/(g\beta\Delta T))^{0.5}$ . Локальное число Куранта при этом было меньше единицы. Выборки, использованные для осреднения, составляли 500–4000 безразмерных времен.

Результаты работы были получены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого ([www.scc.spbstu.ru](http://www.scc.spbstu.ru)).

## Результаты расчетов

Как отмечалось выше, масштабное число Рэлея в сопряженной постановке подбиралось таким образом, чтобы значение  $Ra_{eff}$  было близко к числу Рэлея в несопряженной постановке. При решении сопряженной задачи масштабные числа Рэлея, обеспечивающие получение  $Ra_{eff} = 9.7 \cdot 10^5$ ;  $1.7 \cdot 10^7$  и  $10^8$ , составили соответственно  $2.7 \cdot 10^6$ ;  $8.3 \cdot 10^7$  и  $7.2 \cdot 10^8$ .

На рис. 2 показаны структуры конвективного течения, рассчитанные в сопряженной постановке задачи (аналогичные картины имеют место и при расчетах в несопряженной постановке). Данное течение, которое может трактоваться как глобальная циркуляция (ячей-

ка), наблюдается во всем рассмотренном диапазоне чисел Рэлея.

Характер временных изменений безразмерной вертикальной компоненты скорости при  $Ra_{eff} = 9.7 \cdot 10^5$  иллюстрируется на рис. 3 (масштабом скорости служит скорость плавучести  $V_b = (g\beta\Delta TH)^{0.5}$ ). Представление столь большой временной выборки связано с тем, что упомянутая выше глобальная ячейка время от времени, случайным образом, поворачивается вокруг оси цилиндра в ту или иную сторону. Схожие явления наблюдались в экспериментах [7] и объяснялись высокой чувствительностью глобальной циркуляции к незначительным дефектам экспериментальной установки и пульсациям температуры на горизонтальных стенках.

На рис. 4 приведено сравнение безразмерных профилей температуры, полученных в настоящей работе в несопряженной постановке при  $Ra = 1.7 \cdot 10^7$  и в работе [12] при  $Ra = 10^7$ . Отложенные по координатным осям величины вычисляются согласно [12] следующим образом:

$$\theta(\bar{y}) = 2 - 2 \langle \bar{T}(\bar{y}) \rangle_{A,t}; \quad (6)$$

$$\bar{y}/\bar{\delta}_T = 2Nu \bar{y}. \quad (7)$$

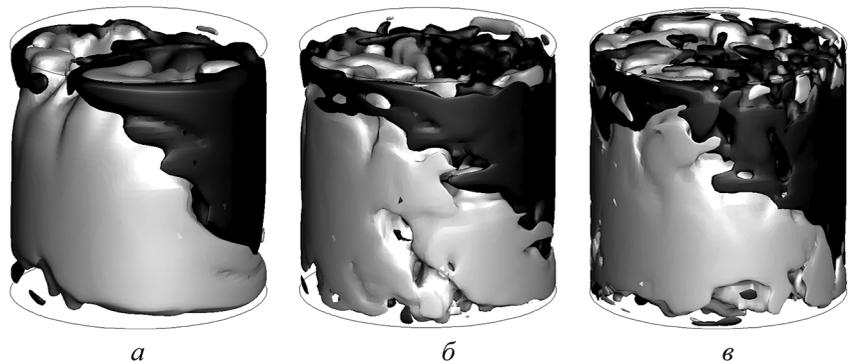


Рис. 2. Изоповерхности вертикальной компоненты скорости: *a* –  $Ra_{eff} = 9.7 \cdot 10^5$ ; *b* –  $1.7 \cdot 10^7$ ; *c* –  $10^8$  (черный цвет соответствует нисходящему течению, серый – восходящему)

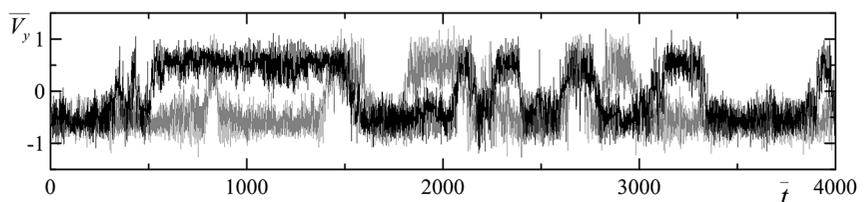


Рис. 3. Временные изменения вертикальной компоненты скорости вблизи адиабатической стенки в центральном горизонтальном сечении при  $Ra_{eff} = 9.7 \cdot 10^5$  (серая кривая – сопряженная постановка, черная кривая – несопряженная)

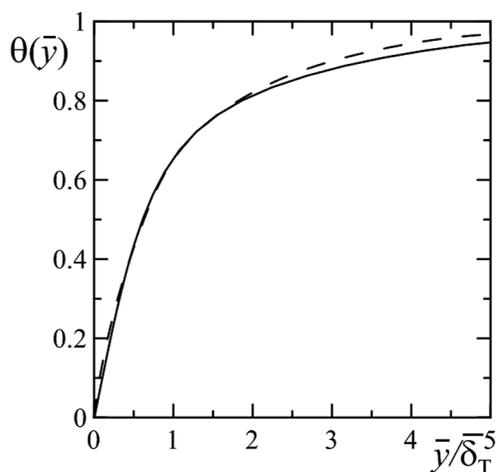


Рис. 4. Вертикальное распределение осредненной температуры вблизи нижней стенки в несопряженной постановке при  $Ra = 1.7 \cdot 10^7$  (сплошная кривая – настоящие расчеты, пунктирная кривая – зависимость, полученная в [12] при  $Ra = 10^7$ )

Видно, что профили температуры хорошо согласуются между собой. Небольшое различие в данных объясняется отличием в числах Рэлея, при которых проводились расчеты.

Переходя к обсуждению результатов, характеризующих интегральную теплопередачу, сопоставим результаты настоящих расчетов, проведенных в несопряженной постановке, с данными экспериментальных [6, 7] и численных [10–12, 14] работ. Для приведения данных, полученных в настоящей работе при  $Ra = 9.7 \cdot 10^5$  и  $1.7 \cdot 10^7$  соответственно к случаям  $Ra = 10^6$  и  $10^7$  использовалось выражение

$$Nu_1/Nu_2 = (Ra_1/Ra_2)^n, \quad (8)$$

**Сравнение расчетных и экспериментальных значений числа Нуссельта**

Параметр	Ra	Расчет (несопр. пост.)					Расчет (сопр. пост.)		Эксперимент	
		Настоящая работа	[10]	[11]	[12]	[14]	Настоящая работа	[14]	[6]	[7]
Nu	10 <sup>6</sup>	5.58	5.59	5.55	5.43	5.66	6.03	6.07	6.46	–
Δ, %			0.2	-0.5	-2.8	1.4	8.1	8.8	14	–
Nu	10 <sup>7</sup>	10.4	–	–	10.1	–	11.1	–	12.0	9.25
Δ, %					-3.0		6.7		13	-12
Nu	10 <sup>8</sup>	19.2	–	–	19.1	–	20.3	–	22.4	16.8
Δ, %					-0.5		5.7		14	-14

Примечание. Результаты, полученные в настоящей работе при значениях  $Ra = 9.7 \cdot 10^5$  и  $1.7 \cdot 10^7$ , приведены к случаям  $Ra = 10^6$  и  $10^7$  соответственно с помощью соотношения  $Nu_1/Nu_2 = (Ra_1/Ra_2)^n$ , где  $n$  берется равным 0.26 аналогично корреляционным зависимостям в работах [7, 12]. Величина Δ равняется процентному отклонению от полученного в настоящей работе значения Nu в несопряженной постановке.

где значения чисел  $Nu_1$  получены при  $Ra_1 = 9.7 \cdot 10^5$  или  $1.7 \cdot 10^7$ , а  $Nu_2$  приведены к  $Ra_2 = 10^6$  или  $10^7$  соответственно. Показатель степени  $n$  брался равным 0.26 в соответствии с корреляционными зависимостями, полученными в исследованиях [7, 12].

По результатам, представленным в таблице, видно, что все имеющиеся численные данные при  $Ra = 10^6$  хорошо согласуются между собой. Результаты наших вычислений хорошо согласуются с данными DNS из работы [12] и при более высоких значениях числа Рэлея, вплоть до  $Ra = 10^8$ . Заметим, что в более ранних экспериментальных исследованиях [6–7] значения числа Нуссельта отклоняются от результатов расчетов на 12–14%, при этом в разные стороны.

Влияние теплопереноса в горизонтальных стенках на интегральную теплопередачу во всем рассмотренном диапазоне чисел Рэлея представлено в таблице. Видно, что значения Nu, полученные при решении сопряженной задачи, оказываются на 5–10% больше, чем в случае задачи несопряженного теплообмена (такая оценка получена ранее и в [14, 15]). Данное отличие объясняется способностью пульсаций температуры проникать в твердые стенки конечной толщины.

**Заключение**

В работе представлены результаты прямого численного моделирования турбулентной конвекции ртути в подогреваемом снизу цилиндре с высотой, равной диаметру, как с учетом, так и без учета влияния теплопереноса в горизонтальных стенках. Расчетные данные получены для эффективного числа Рэлея, изменяющегося в диапазоне от  $10^6$  до  $10^8$ .

Показано, что в обеих постановках развивающееся в контейнере течение представляет собой глобальную циркуляцию, пространственная ориентация которой время от времени меняется. Во всем диапазоне чисел Рэлея интегральная теплопередача через слой жидкости оказывается (при равенстве эффективного числа Рэлея) на 5–10% выше в случае решения задачи сопряженного теплообмена.

## Список обозначений

$C$  – теплоемкость, Дж/(кг·К);  
 $D$  – диаметр емкости, м;  
 $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  
 $H$  – толщина жидкого слоя, м;  
 $h$  – толщина горизонтальных стенок, м;  
 $p$  – давление, Па;  
 $r$  – радиальная координата, м;  
 $t$  – время, с;  
 $T$  – температура, К;  
 $T_0$  – температура при гидростатическом равновесии, К;  
 $\Delta T_0$  – общий перепад температуры, К;  
 $\Delta T$  – перепад температуры в жидком слое, К;  
 $V$  – скорость, м/с;  
 $X, Y, Z$  – оси декартовой системы координат;  
 $Pr$  – число Прандтля;  
 $Ra$  – масштабное число Рэлея;  
 $Ra_{eff}$  – эффективное число Рэлея;  
 $Nu$  – число Нуссельта;  
 $\beta$  – коэффициент теплового расширения, 1/К;  
 $\lambda$  – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К);  
 $\mu$  – динамическая вязкость, Па·с;  
 $\nu$  – кинематическая вязкость, м<sup>2</sup>/с;  
 $\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>;  
 $\delta_T$  – толщина температурного пограничного слоя, м.

## Индексы

$b$  – масштабная величина;  
 $i = sf$  – твердая стенка/жидкая среда;  
 $h/c$  – горячая/холодная стенка;  
 $x, y, z$  – проекции вектора на оси  $X, Y, Z$ ;  
 $(\dots)$  – безразмерная величина;  
 $\langle \dots \rangle_{A,t}$  – осредненная по поверхности и времени величина.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Шерemet М. А., Сыродой С. В.** Анализ свободно-конвективных режимов теплопереноса в технологических системах цилиндрической формы // Известия ТПУ. 2010. Т. 317. № 4. С. 43–48.
2. **Кузнецов Г. В., Шерemet М. А.** Сопряженная естественная конвекция в замкнутой области при наличии тепловыделяющего элемента с постоянной интенсивностью тепловыделения // Прикладная механика и техническая физика. 2010. Т. 51. № 5. С. 95–110.
3. **Бердников В. С., Марков В. А.** Теплопередача в горизонтальном подогреваемом снизу слое жидкости при вращении одной из границ // Прикладная механика и техническая физика. 1998. Т. 39. № 3. С. 126–133.
4. **Васильев А. Ю., Колесниченко И. В., Мамыкин А. Д., Фрик П. Г., Халилов Р. И., Рогожкин С. А., Пахолков В. В.** Турбулентный конвективный теплообмен в наклонной трубе, заполненной натрием // Журнал технической физики. 2015. Т. 85. № 9. С. 45–49.
5. **Ahlers G., Grossmann S., Lohse D.** Heat transfer and large scale dynamics in turbulent Rayleigh-Bénard convection // Reviews of Modern Physics. 2009. V. 81. N 2. P. 503–537.
6. **Takehita T., Segawa T., Glazier J. A., Sano M.** Thermal turbulence in mercury // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76. N. 9. P. 1465–1468.
7. **Cioni S., Ciliberto S., Sommeria J.** Strongly turbulent Rayleigh-Bénard convection in mercury: Comparison with results at moderate Prandtl number // J. Fluid Mech. 1997. V. 335. P. 111–140.
8. **Brown E., Nikolaenko A., Funfschilling D., Ahlers G.** Heat transport in turbulent Rayleigh-Bénard convection: Effect of finite top- and bottom-plate conductivities // Physics of Fluids. 2005. V. 17. 075108.
9. **Stevens R. J. A. M., Clercx H. J. H., Lohse D.** Heat transport and flow structure in rotating Rayleigh-Bénard convection // European Journal of Mechanics. B, Fluids. 2013. V. 40. P. 41–49.
10. **Verzicco R., Camussi R.** Transitional regimes of low-Prandtl thermal convection in a cylindrical cell // Physics of Fluids. 1997. V. 9. N 5. P. 1287–1295.
11. **Abramov A., Korsakov A.** Direct numerical modeling of mercury turbulent convection in axisymmetric reservoirs including magnetic field effects // Heat Transfer Research. 2004. V. 35. N 1–2. P. 76–84.
12. **Scheel J. D., Schumacher J.** Global and local statistics in turbulent convection at low Prandtl numbers // J. Fluid Mech. 2016. V. 802. P. 147–173.
13. **Verzicco R.** Effects of nonperfect thermal sources in turbulent thermal convection // Physics of Fluids. 2004. V. 16. N 6. P. 1965–1979.
14. **Abramov A., Smirnov E., Smirnovsky A.** Numerical simulation of turbulent Rayleigh-Bénard conjugate convection of low Pr fluid in a cylindrical container // Proceedings of the 7th Baltic Heat Transfer Conference. 2015. P. 11–16.
15. **Smirnov S. I., Smirnov E. M., Smirnovsky A. A.** Endwall heat transfer effects on the turbulent mercury convection in a rotating cylinder // St. Petersburg Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics. 2017. V. 3. N 2. P. 83–94.
16. **Kim J., Moin P.** Application of a fractional-step method to incompressible Navier-Stokes equations // Journal of Computational Physics. 1985. V. 59. P. 308–323.
17. **Jan Y.-J., Sheu T. W.-H.** A quasi-implicit time advancing scheme for unsteady incompressible flow. Part I: Validation // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 2007. V. 196. N 45–48. P. 4755–4770.

## Numerical simulation of turbulent mercury natural convection in a heated-from-below cylinder with zero and non-zero thickness of the horizontal walls

S. I. Smirnov, A. A. Smirnovsky

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg*  
*e-mail: sergeysmirnov92@mail.ru, smirta@mail.ru*

The results of direct numerical simulation of mercury natural convection (Prandtl number  $Pr=0.025$ ) in a cylindrical container, with the height-to-diameter ratio equal to 1.0, heated from

below are presented. The effect of heat transfer in the solid (steel) horizontal walls of finite thickness on the flow structure and integral heat transfer is being studied. The thickness of the vertical cylindrical wall is assumed infinitesimal. The effective Rayleigh number computed over the averaged temperature difference between the horizontal media interfaces ranges from  $10^6$  to  $10^8$ . At that, the corresponding scale Rayleigh number, constructed over the difference between the temperatures of the specified outer surfaces of horizontal walls, varies from  $3 \cdot 10^6$  to  $7 \cdot 10^8$ . Besides the Rayleigh and Prandtl numbers, the convection is determined also by ratios of the specific heat capacities and the thermal conductivities of the liquid and solid media, which are adopted close to unity in the present paper. All calculations have been performed employing the SINF/Flag-S finite-volume in-house program code. The Navier–Stokes equations, written with the Boussinesq approximation, were solved using the fractional-step method with second order accuracy of spatial and temporal discretization. It was shown, that in the examined range of Rayleigh numbers a mostly characteristic flow structure was the so-called large-scale circulation. The vertical velocity component time variations analysis points to the presence of random low-frequency oscillations of the convective cell that were observed earlier in experimental studies. Integral Nusselt numbers calculated at zero wall thickness are in a good agreement with computational data reported by other authors. Quantitative difference between the Nusselt numbers obtained in cases of zero and non-zero thickness of the horizontal walls has been determined, namely, in the case of the finite wall thickness the integral heat transfer through the layer is 5–10% higher.

Keywords: Rayleigh–Bénard convection, liquid metal, conjugate heat transfer

## REFERENCES

1. **Sheremet M. A., Syrodoj S. V.** Analiz svobodnokonvektivnykh rezhimov teploperenosa v tekhnologicheskikh sistemakh tsilindricheskoy formy [Analysis of free convection modes of heat transfer in cylindrical technological systems]. *Izvestiya TPU – Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2010, vol. 317, no. 4. pp. 43–48. In Russ.
2. **Kuznetsov G. V., Sheremet M. A.** Conjugate natural convection in a closed domain containing a heat-releasing element with a constant heat-release intensity. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2010, vol. 51, no. 5, pp. 699–712.
3. **Berdnikov V. S., Markov V. A.** Heat transfer in a horizontal fluid layer heated from below upon rotation of one of the boundaries. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1998, vol. 39, no. 3, pp. 434–440.
4. **Vasil'ev A. Y., Kolesnichenko I. V., Mamykin A. D., Frick P. G., Khalilov R. I., Rogozhkin S. A., Pakholkov V. V.** Turbulent convective heat transfer in an inclined tube filled with sodium. *Technical Physics. The Russian Journal of Applied Physics*, 2015, vol. 60, no. 9, pp. 1305–1309.
5. **Ahlers G., Grossmann S., Lohse D.** Heat transfer and large scale dynamics in turbulent Rayleigh–Bénard convection. *Reviews of Modern Physics*, 2009, vol. 81, no. 2, pp. 503–537.
6. **Takeshita T., Segawa T., Glazier J. A., Sano M.** Thermal turbulence in mercury. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, vol. 76, no. 9, pp. 1465–1468.
7. **Cioni S., Ciliberto S., Sommeria J.** Strongly turbulent Rayleigh–Bénard convection in mercury: Comparison with results at moderate Prandtl number. *J. Fluid Mech.*, 1997, vol. 335, pp. 111–140.
8. **Brown E., Nikolaenko A., Funfschilling D., Ahlers G.** Heat transport in turbulent Rayleigh–Bénard convection: Effect of finite top- and bottom-plate conductivities. *Physics of Fluids*, 2005, vol. 17, 075108.
9. **Stevens R. J. A. M., Clercx H. J. H., Lohse D.** Heat transport and flow structure in rotating Rayleigh–Bénard convection. *European Journal of Mechanics. B, Fluids*, 2013, vol. 40, pp. 41–49.
10. **Verzicco R., Camussi R.** Transitional regimes of low-Prandtl thermal convection in a cylindrical cell. *Physics of Fluids*, 1997, vol. 9, no. 5, pp. 1287–1295.
11. **Abramov A., Korsakov A.** Direct numerical modeling of mercury turbulent convection in axisymmetric reservoirs including magnetic field effects. *Heat Transfer Research*, 2004, vol. 35, no. 1–2, pp. 76–84.
12. **Scheel J. D., Schumacher J.** Global and local statistics in turbulent convection at low Prandtl numbers. *J. Fluid Mech.*, 2016, vol. 802, pp. 147–173.
13. **Verzicco R.** Effects of nonperfect thermal sources in turbulent thermal convection. *Physics of Fluids*, 2004, vol. 16, no. 6, pp. 1965–1979.
14. **Abramov A., Smirnov E., Smirnovsky A.** Numerical simulation of turbulent Rayleigh–Bénard conjugate convection of low Pr fluid in a cylindrical container. *Proceedings of the 7th Baltic Heat Transfer Conference*, 2015, pp. 11–16.
15. **Smirnov S. I., Smirnov E. M., Smirnovsky A. A.** Endwall heat transfer effects on the turbulent mercury convection in a rotating cylinder. *St. Petersburg Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics*, 2017, vol. 3, no. 2, pp. 83–94.
16. **Kim J., Moin P.** Application of a fractional-step method to incompressible Navier–Stokes equations. *Journal of Computational Physics*, 1985, vol. 59, pp. 308–323.
17. **Jan Y.-J., Sheu T. W.-H.** A quasi-implicit time advancing scheme for unsteady incompressible flow. Part I: Validation. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 2007, vol. 196, no. 45–48, pp. 4755–4770.